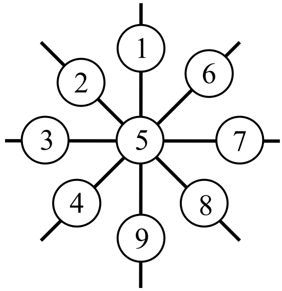
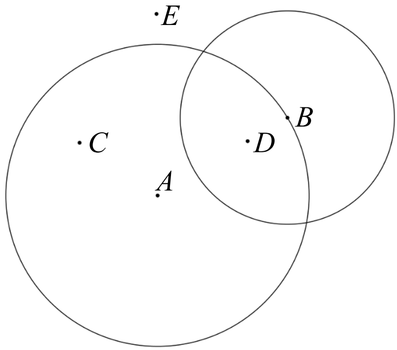
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗЕД

1. (**ML XLIV-1**) а) четири стотине деведесет (и) девет. (**10 бодова**)
б) две стотине (и) два. (**10 бодова**)
Напомена: Ако ученици запишу спојено или скраћено четиристо, односно, двеста, не одбијати бодове.



2. Једно решење је дато на слици (**20 бодова**). Давати максималан број бодова ако ученик само запише бројеве у кругове.



3. (**ML XLIV-2**) Једно решење је дато на слици. Нацртан први круг **4 бода**. Добро изабрана тачка B и други круг **4 бода**. За сваку добро уцртану тачку C, D и E још по **4 бода**.

4. Троцифрени бројеви који се добијају су: 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608 и 609 (**4 бода**).
а) 609 + 69 = 678 (**8 бодова**)
б) Разлика је увек иста и износи 540 (**8 бодова**).

5. (**ML XLIV-3**) Авион је полетео из Москву у 09.20 часова по Београдском времену (**10 бодова**). Како се времена разликују за 2 сата, по Московском времену је било 07.20 часова (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД

1. Има 100 таквих бројева (**20 бодова**). Признавати са максималним бројем бодова ако је ученик записао све бројеве. Ако је ученик записао само део решења дати **5 бодова**.

2. (**ML XLII-2**) Страница квадрата је дужине 502cm (**10 бодова**), а обим почетног правоугаоника је 1912cm (**10 бодова**).

3. (**ML XLIV-2**) а) 5434 (**10 бодова**); б) 1434 (**10 бодова**).
Напомена: Ако ученик није користио зависност разлике од промене умањеника дати максималан број бодова.

4. Ако са P, D и T обележимо број особа које живе на првом, другом и трећем спрату, редом, тада је: $P + D = 22$, $D + T = 20$. Закључујемо да је $P + D + D + T = 42$ (**5 бодова**), а како је $P + T = D$, то је $3D = 42$ (**5 бодова**). Значи $D = 14$, $P = 8$ и $T = 6$ (**10 бодова**).

26	***x***	28
	29	

5. Збир бројева у осенченим пољима из прве врсте мора бити једнак збиру осенчених бројева из друге колоне па је у средини број 25. Радећи на сличан начин добијамо (**20 бодова**):

26	**21**	28
27	**25**	**23**
22	29	**24**

Напомена: Давати максималан број бодова ако је ученик тачно уписао бројеве, а није записао објашњење.

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗЕД

1. Најмањи број је 10050 (**10 бодова**), а највећи број је 98490 (**10 бодова**).

2. $\frac{61}{2010}=\frac{305}{10050}$ (**5 бодова**), $\frac{5}{149}=\frac{305}{9089}$ (5 **бодова**). Како је $\frac{305}{10050}<\frac{305}{9089}$ то је $\frac{61}{2010}<\frac{5}{149}$ (**10 бодова**).

3. (**ML XLIV-3**) Нека је и са леве и са десне стране броја 2009 дописана цифра *a*. Да би тражени шестоцифрени број ***a*****2009*****a*** био дељив са 12 он мора бити дељив са 3 и 4. Због дељивости са 4, његов двоцифрени завршетак може бити само 92 или 96, па у обзир долазе бројеви 220092 и 620096 (**8 бодова**). Број 620096 има збир цифара 6+2+9+6 = 23 и није дељив са 3 па није решење задатка (**6 бодова**). Како је збир цифара броја 22092 једнак 2 + 2 + 9 + 2 = 15, дакле дељив са 3 то је овај број једино решење (**6 бодова**).

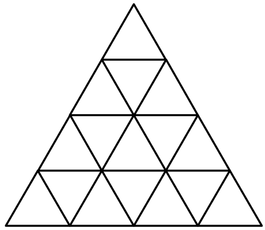
4. (**ML XLII-2**) Како скуп S_1 има 1 елемент, скуп S_2 два елемента, скуп S_3 три елемента ..., то скуп S_{10} има 10 елемената (**7 бодова**). Како је 1 + 2 + ... + 9 = 45, то унија скупова S_1, ... S_{10} садржи бројеве 1, 2 ..., 45, па је S_{10} = {46, 47 ..., 55} (**7 бодова**). Збир елемената скупа S_{10} је 505 (**6 бодова**).

5. Угао између сатне и минутне казаљке у 8.00 часова је 120°. Минутна казаљка се креће 12 пута брже од сатне. Од 8.00 до 8.10 часова минутна казаљка се помери за угао од 60°, док сатна се помери за 12 пута мањи угао, тј. за 60° : 12 = 5°. Дакле, угао између сатне и минутне казаљке биће 120° + 60° – 5° = 175° (**20 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗЕД

1. (**ML XLII-2**) Како је a цео број који је делилац бројева -6 и -10 то је $a \in \{1, -1, 2, -2\}$. У случајевима када је $a = 1$ или $a = -1$, добијамо да је $b \cdot c = 60$, што је нетачно (**6 бодова**). У случају када је $a = 2$, имамо да је $b = -3$, $c = -5$ и $a \cdot b \cdot c = 30$ што је једно решење задатка (**7 бодова**). У случају када је $a = -2$, имамо да је $b = 3$, $c = 5$ и $a \cdot b \cdot c = -30$ што је друго решење задатка (**7 бодова**).
2. (**ML XLIV-3**) Угао EBC је једнак $90° - 60° = 30°$. Странице троугла и квадрата су једнаке па је на основу тога троугао EBC једнакокрак ($EB = BC$). Углови на основици EC су по $75°$. $\Delta EBC \cong \Delta EAD$, па је $\measuredangle DEA = 75°$ (**8 бодова**). Дакле,
$$\measuredangle DEC = 360° - 60° - 2 \cdot 75° = 150° \text{ } (\textbf{12 бодова}).$$
3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{n}=\frac{41}{42}+\frac{1}{n}$ (**5 бодова**) Како је $\frac{41}{42}<1$ и $\frac{1}{n}\leq 1$ то је $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}<2$ па може бити само $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}=1$ (**8 бодова**). Одавде је $n = 42$ (**7 бодова**).
4. Од дужи BC, CD и BD најдужа је BD јер је наспрам највећег угла троугла BCD (**5 бодова**). У троуглу EDB највећа је дуж EB јер је наспрам највећег угла, па је и $EB > DB$ (**5 бодова**). У троуглу ABE највећа је дуж AE јер је наспрам највећег угла, па је и $AE > EB$ (**5 бодова**), одакле закључујемо да је најдужа дуж AE (**5 бодова**).
5. Не може. Дати једнакостраничан троугао можемо поделити на 16 једнакостраничних троуглова странице 1cm. 16 тачака можемо распоредити у сваки од ових троуглова, док последњу тачку ма где ставили биће на у једном од 16 троуглова и на растојању мањем од 1cm од тачке из тог троугла (**20 бодова**).



Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗЕД

1. (**ML XLIV-1**) Нека је $x = 0,\overline{1}$. Тада је $10x = 1,\overline{1}$. Одузимањем ове две једначине имамо да је $9x = 1$ одакле је $x = \frac{1}{9}$ (**10 бодова**). Сада је $\sqrt{0,\overline{1}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ па је $\sqrt{0,\overline{1}}$ рационалан број (**10 бодова**).

2. (**ML XLII-2**) $DE = \sqrt{EC^2 - DC^2} = 4\text{cm}$ (**4 бода**), $BC = \sqrt{EB^2 + EC^2} = 13\text{cm}$ (**4 бода**), $AB = \sqrt{EB^2 - AE^2} = 9,6\text{cm}$ (**4 бода**). Дакле, обим трапеза је 36,8cm (**4 бода**) и површина 70,56cm^2 (**4 бода**).

3. $5^3 < 2^7, \left(5^3\right)^{287} < \left(2^7\right)^{287}, 5^{861} < 2^{2009} < 2^{2010}$ одакле следи да је већи број 2^{2010} (**20 бодова**).

4. Означимо дечаке са A, B, C и D. Дечак A може да добије само оловке дечака B, C и D. Ако добије оловку дечака B остала тројица могу на 3 различита начина да распореле оловке (**10 бодова**). На исти начин се врши расподела ако дечад A узме оловке дечака C или D, па је укупан број начина 9 (**10 бодова**).

5. Троуглови ADE и DEB имају једнаке висине које одговарају страници AD, односно DB, а како су им и површине једнаке, то је $AD = DB$. Дакле, $AD : DB = 1 : 1$ (**10 бодова**). Троуглови EBC и AEB имају једнаке висине које одговарају страници EC, односно AE, а како им се површине односе као 1 : 2, то је $EC : AE = 1 : 2$ (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗЕД

1. $\left|\left||x|+1\right|+2\right|=2010$, $\left||x|+1\right|=2008$ (**5 бодова**), $|x|=2007$ (**5 бодова**), $x=2007$ (**5 бодова**) или $x=-2007$ (**5 бодова**).

2. (**ML XLIV-2**) $B:M=\sqrt{3}:2$, па је $M=72\text{cm}^2$ (**5 бодова**). Основна ивица призме је 12cm (**5 бодова**), па заменом у M налазимо да је H = 2cm (**5 бодова**). Запремина призме је $72\sqrt{3}\text{cm}^3$ (**5 бодова**).

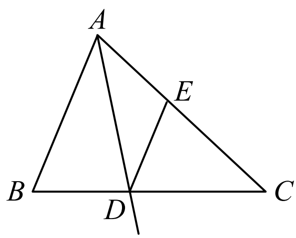
3. (**ML XLIV-1**) Осам тачака од којих нема четири копланарне одређује 56 равни (**5 бодова**). Темена коцке формирају 12 четворки копланарних тачака (**5 бодова**). Свака од ових четворки одређује по 1 раван. Како смо код 56 равни рачунали да свака онаква четворка одређује 4 равни, потребно је од тог броја одузети по 3 равни за сваку четворку копланарних тачака. Дакле, одређено је 20 равни (**10 бодова**).

4. Ако је E тачка странице AC таква да је $DE \parallel AB$, онда је троугао ADE једнакокрак, а троуглови ABC и EDC су слични (**6 бодова**). Ако је $|AE| = |ED| = x$, онда је

$$(15-x):15=x:10$$

Добијамо x = 6cm (**6 бодова**), па је

$$|AD| < |AE| + |ED| = 12\text{cm}$$ (**8 бодова**).

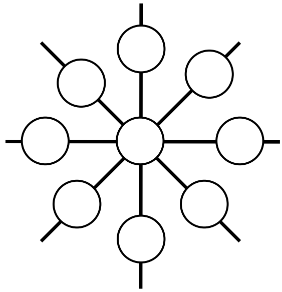


5. Нека је x сума новца која се дели. Први из групе добија $10+\frac{1}{10}(x-10)=9+\frac{1}{10}x$ динара (**4 бода**). Након прве поделе остало је $\frac{9}{10}x-9$ динара (**4 бода**). Други из групе добија $\frac{9}{100}x+\frac{171}{10}$ динара (**4 бода**). Како су суме које добијају сви једнаке то је $\frac{9}{10}x-9=\frac{9}{100}x+\frac{171}{10}$ одакле имамо да је x = 810 динара (**4 бода**). Заменом у једном од два израза за прву или другу особу добијамо да једна особа добија 90 динара, па закључујемо да је било 9 особа (**4 бода**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
06.03.2010.
III РАЗРЕД

1. Запиши речима:
а) највећи непаран број мањи од 500;
б) најмањи паран број треће стотине.



2. Прецртај слику на папир који ћеш предати. Затим, бројеве 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 упиши у кругове тако да је збир бројева у круговима на свакој од четири праве исти.

3. Нацртај кружну линију са центром у тачки A. Обележи једну тачку те кружне линије са B и нацртај кружну линију са центром у тачки B. Нацртај тачке C, D и E тако да C припада тачно једном од добијених кругова, D припада и једном и другом добијеном кругу и E не припада ни једном од добијених кругова.

4. Сваком од бројева између 60 и 70 дописана је нула између цифре десетице и цифре јединице.
а) Израчунај највећи могући збир почетног двоцифреног и од њега добијеног троцифреног броја;
б) Израчунај најмању разлику која се добија када се почетни двоцифрен број одузме од добијеног троцифреног броја.

5. Када је у Београду 18.00 часова, у Москви је 16.00 часова. Авион на линији Москва-Београд је у Београд слетео у подне. Ако је лет трајао 2 сата и 40 минута, у колико сати је авион полетео из Москве (по Московском времену)?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 06.03.2010.

IV РАЗРЕД

1. Колико има четвороцифрених бројева облика $4{*}{*}7$?

2. Када се једна страница правоугаоника повећа за 48cm, добија се квадрат обима 2008cm. Израчунај дужину странице квадрата и обим првобитног правоугаоника.

3. Ако је $x - 2009 = 3434$, колико је:
а) $(x + 2009) - 2009$, б) $(x - 2000) - 2009$.

4. Зграда има три спрата. На другом и трећем спрату живи 20 особа, а на првом и другом спрату живи 22 особе. Колико људи станује на сваком спрату, ако је број особа на другом спрату једнак укупном броју особа на првом и трећем спрату?

5. Прецртај на папир који ћеш предати магични квадрат са слике па га попуни.

26		28
	29	

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
06.03.2010.

V РАЗРЕД

1. Одреди најмањи и највећи петоцифрени број дељив са 2010.

2. Упореди разломке $\frac{61}{2010}$ и $\frac{5}{149}$.

3. Броју 2009 дописати са леве и са десне стране једну исту цифру тако да добијени шестоцифрени број буде дељив са 12.

4. Дати су скупови

$S_1 = \{1\}, S_2 = \{2, 3\}, S_3 = \{4, 5, 6\}, S_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ ...

Одреди збир елемената скупа S_{10}.

5. Колики угао заклапају сатна и минутна казаљка на часовнику у 8 часова и 10 минута?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
06.03.2010.

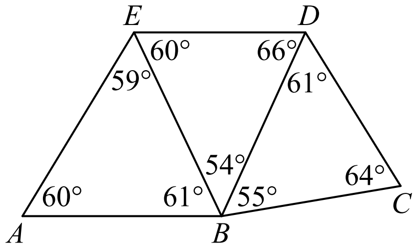
VI РАЗРЕД

1. Ако су a, b и c цели бројеви и ако је $a \cdot b = -6$, $a \cdot c = -10$ и $b \cdot c = 15$ израчунај $a \cdot b \cdot c$, a, b и c.

2. Над страницом AB квадрата $ABCD$ конструисан је једнакостранични троугао ABE при чему је тачка E у унутрашњости квадрата. Израчунај угао DEC.

3. Одреди $n \in \mathbb{N}$ тако да је $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{n}$ природан број.

4. Седам дужи формирају три троугла као на слици. Која од тих седам дужи је најдужа?



5. У једнакостраничном троуглу странице 4cm на случајан начин је распоређено 17 тачака. Докажи да постоје две тачке чије је растојање мање од 1cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

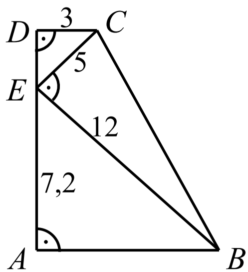
Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 06.03.2010.

VII РАЗРЕД

1. Да ли је $\sqrt{0,\overline{1}}$ рационалан или ирационалан број?
$(0,\overline{1} = 0,111...)$

2. Израчунај обим и површину трапеза са слике.



3. Шта је веће 2^{2010} или 5^{861}?

4. Четири друга имају по једну оловку. На колико начина они могу да размене своје оловке али тако да ни један друг не добије своју оловку?

5. На страници *AB* троугла *ABC* дата је тачка *D*, а на страници *AC* тачка *E* тако да изломљена линија *DEB* дели троугао *ABC* на три троугла једнаких површина. У ком односу тачке *D* дели страницу *AB*, а у ком односу тачка *E* дели страницу *AC*?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 06.03.2010.

VIII РАЗРЕД

1. Реши једначину $\left|\left||x|+1\right|+2\right|=2010$.

2. Површина основе правилне тростране призме је $36\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$, а однос површине једне основе и површине омотача је $\sqrt{3}:2$. Израчунај запремину призме.

3. Колико равни одређују темена коцке?

4. Тачка D је пресек симетрале угла BAC и странице BC троугла ABC. Ако је $|AB|=10\mathrm{cm}$ и $|AC|=15\mathrm{cm}$, доказати да је $|AD|<12\mathrm{cm}$.

5. Група људи подели неку суму новца тако што је први добио 10 динара и десетину остатка; други 20 динара и десетину новог остатка; трећи 30 динара и десетину новог остатка, ... и тако све док нису поделили целокупну суму. На крају се испоставило да су сви добили исте суме новца. Колико људи је делило новац?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.