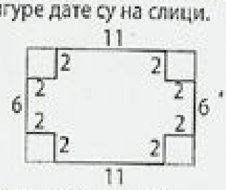
## IV РАЗРЕД

**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**

**1. (МЛ 47/3)** Тражени бројеви су 18018 и 162162 (**20 бодова**).

**2. (МЛ 48/3)** *I начин:* Када одсечемо четири квадрата добијамо фигуру као на слици. Како је страница квадрата кога одсецамо 2cm, димензије добијене фигуре дате су на слици.




Дакле, обим фигуре је 50cm (**20 бодова**).

*II начин:* Одсецањем једног квадрата делови који су нови у фигури и они који су одбачени из обима правоугаоника имају једнаке дужине (две странице квадрата кога одсецамо) па се обим неће променити. Дакле, обим добијене фигуре једнак је обиму правоугаоника $2 \cdot 10cm + 2 \cdot 15cm = 50cm$ (**20 бодова**).

**3. (МЛ 48/3)** а) 5531253125 (**10 бодова**); б) 1121253125 (**10 бодова**).

**4.** У четвртој улици живи $60 : 4 = 15$ породица (**5 бодова**). Како у другој и трећој улици живи 32 породице, онда у првој живи $60 - (15 + 32) = 13$ породица (**10 бодова**). У другој улици живи $30 - 13 = 17$ породица, па у трећој улици живи $32 - 17 = 15$ породица (**5 бодова**).

**5.** Квадрати које уочавамо могу бити димензије $4cm \times 4cm$ или $8cm \times 8cm$. Квадрата $4cm \times 4cm$ има укупно 12 (**10 бодова**), а квадрата $8cm \times 8cm$ има укупно 2 (**10 бодова**). Дакле, укупно има 14 квадрата.

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике ученика основних школа**
**01.03.2014 – IV РАЗРЕД**

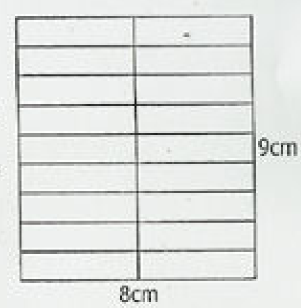
1. Број 180180 напиши као збир два броја тако да један буде 9 пута мањи од другог.

2. Колики је обим фигуре која се добије кад се из правоугаоника чије су странице дужине 10cm и 15cm, код сва четири његова угла исече квадрат обима 8cm?

3. Прецртај шест цифара у низу цифара
3125312531253125
тако да десетоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде: а) највећи могућ; б) најмањи могућ.

4. У једном селу патуљака живи укупно 60 породица. У селу има само 4 улице. У првој и другој улици живи укупно 30 породица, а у другој и трећој улици живе укупно 32 породице. У четвртој улици живи четвртина броја свих породица. Колико породица живи у свакој од улица?

5. Правоугаоник димензија $8cm \times 9cm$ подељен је на правоугаонике $4cm \times 1cm$ као на слици. Колико квадрата можеш да уочиш на слици?




Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике**
**ученика основних школа**
**01.03.2014 - VIII РАЗРЕД**

**1.** Реши једначину $|x| + |2x - 5| = 4$.

**2.** Краћа дијагонала правилне шестостране призме је 12cm и заклапа са равни основе угао од 30°. Израчунај површину и запремину те призме.

**3.** На датој слици, велика кружница има полупречник 1cm. Лукови *AFB*, *BGC*, *CHD* и *DEA* су четвртине кружница полупречника 1cm. Квадрат *EFGH* је тако постављен да је добијена слика осно симетрична. Израчунај дужину странице тог квадрата.


**4.** Колико има природних бројева не већих од 1000 који у свом запису имају бар једну цифру 1?

**5.** Да ли постоји четвороцифрени број који се повећа 4 пута кад се његове цифре испишу обрнутим редом?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

8

**VIII РАЗРЕД**

**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**

**1.** Знаци бројева у апсолутним вредностима се мењају око 0 и $\frac{5}{2}$ па разматрамо три случаја:

Ако је $x < 0$ једначина постаје $-x - 2x + 5 = 4$. Њено решење је $x = \frac{1}{3}$ што није мање од 0 па ово није решење.

Ако је $0 \le x < \frac{5}{2}$ једначина постаје $x - 2x + 5 = 4$. Њено решење је $x = 1$ што јесте решење једначине.

Ако је $x \ge \frac{5}{2}$ једначина постаје $x + 2x - 5 = 4$. Њено решење је $x = 3$ што јесте решење једначине. Дакле, решења су 1 и 3 (**20 бодова**. Ако ученик закључи да једначина има 3 решења бодовати са 10 бодова).

**2. (МЛ 48/2)** Угао између краће дијагонале и висине призме је 60° па је висина 6cm (**4 бода**). Краћа дијагонале основе и призме и висина формирају правоугли троугао, па је краћа дијагонала основе $6\sqrt{3}$cm (**4 бода**). Ако је основна ивица призме $a$, тада је краћа дијагонала једнака $a\sqrt{3}$, одакле је $a = 6$ (**4 бода**). Сада је $P = 54(\sqrt{3} + 4)\text{cm}^2$ (**4 бода**), $V = 324\sqrt{3}\text{cm}^3$ (**4 бода**).

**3.** Центри датих четвртина кружница су темена квадрата странице 2, описаног око датог великог круга (**8 бодова**). Због претпостављене осне симетрије, тачке $E$ и $F$ припадају дијагонали тог описаног квадрата (**6 бодова**). Даље се лако рачуна да је $EG = 2\sqrt{2} - 2$ и $EF = 2 - \sqrt{2}$ (**6 бодова**).

**4.** Одредићемо колико има бројева до 1000 који у свом запису немају цифру 1 (**6 поена**). Таквих једноцифрених бројева има 8, двоцифрених $8 \cdot 9 = 72$, а троцифрених $8 \cdot 9 \cdot 9$. Дакле, укупно их је $8 + 8 \cdot 9 + 8 \cdot 9 \cdot 9 = 728$ (**12 бодова**). Тражених бројева има $1000 - 728 = 272$ (**2 бода**).

**5. (МЛ 48/2)** Нека је дати број $\overline{abcd}$. Ако је $4 \cdot \overline{abcd} = \overline{dcba}$, онда је $a \le 2$. Не може бити $a = 1$, јер би се онда број $\overline{dcba}$, који је дељив са 4, завршавао непарном цифром 1. Дакле, $a = 2$ (**6 бодова**). Тада је $d = 8$ или $d = 9$. Не може бити $d = 9$, јер се производ $4 \cdot 9 = 36$ не завршава цифром 2. Дакле, $d = 8$ (**6 бодова**). Како цифра $b$ не може бити већа од 2, због преноса са места стотина, провером закључујемо да ни $b = 0$, ни $b = 2$ не дају решења. За $b = 1$ имамо $4 \cdot \overline{21c8} = \overline{8c12}$, одакле је $c = 7$, јер је $4 \cdot 2178 = 8712$. Дакле, тражени број постоји (**8 бодова**).


Министарство просвете, науке и технолошког развоја
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике**
**ученика основних школа**
**01.03.2014.**

**V РАЗРЕД**

**1.** Шта је веће: $\frac{2013}{2014}$ или $\frac{201320132013}{201420142014}$?

**2.** Дати су скупови $A = \{0, 2, 3, 5, 9\}$, $B = \{1, 2, 7, 8, 9\}$, $C = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ и $D = \{2, 4, 5, 6, 7, 9\}$. Изрази скуп $D$ помоћу скупова $A$, $B$, $C$ и скуповних операција.

**3.** Одреди природан број $n$ и прост број $p$ тако да важи

$$\frac{n}{2014} = \frac{11}{p}.$$

Колико решења има задатак?

**4.** У бројевном ребусу

ИСПИТ + ИСПИТ = ШКОЛА,

истим словима одговарају исте, а различитим различите цифре. Колику најмању вредност може имати број ИСПИТ?

**5.** Коцка је, помоћу 15 равни паралелних једном пару страна коцке, подељена на 16, не обавезно једнаких, квадара. Колико пута је укупна површина свих тих квадара већа од површине дате коцке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**V РАЗРЕД**

**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**

**1.** **(МЛ 48/3)** $\frac{201320132013}{201420142014} = \frac{2013 \cdot 100010001}{2014 \cdot 100010001} = \frac{2013}{2014}$. Дакле, дати разломци су једнаки (**20 бодова**).

**2.** $D = (A \cap B) \cup C$ (**20 бодова** – признавати и друге тачне записе).

**3.** **(МЛ 48/3)** Како је $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ (**5 бодова**), то $p$ може имати вредности 2, 19 и 53, па је $\frac{n}{2014} = \frac{11}{2}$, $\frac{n}{2014} = \frac{11}{19}$ или $\frac{n}{2014} = \frac{11}{53}$. Закључујемо, ако је $p = 2$, онда је $n = 11077$; ако је $p = 19$, онда је $n = 1166$; ако је $p = 53$, онда је $n = 418$. Задатак има 3 решења (свако решење по **5 бодова**).

**4.** Да би вредност броја ИСПИТ била најмања вредности слова И, С, П, Т морају бити што мања. Нека је И = 1. У том случају слова Ш и Л морају имати једну од вредности 2 и 3. Ако је С = 4 тада К има вредност 8 или 9. Ако је П = 5 тада је О = 0, па је К = 9, због преноса са места стотина. Остале су још вредности 6, 7 и 8, па је Т = 8 и А = 6. Дакле, из сабирања 14518 + 14518 = 29036 закључујемо да је најмања вредност броја ИСПИТ 14518 (**20 бодова** – признати и свако друго решење, али не и ако је само написан резултат).

**5.** Шест пута. Нека је површина једне стране коцке X. Тада је површина коцке 6X. Сечењем коцке са сваком равни која је паралелна једном пару страна коцке површина добијених делова се повећава за 2X у односу на површину коцке. Како се сече са 15 равни, укупна површина ће бити за 30X већа од површине коцке, односно биће 6X + 30X = 36X = 6 · 6X, па је 6 пута већа од површине коцке (**20 бодова**. Ако ученик, уз образложење, добије тачан резултат у специјалном случају да су поменути квадри подударни бодовати са 10 бодова).

## VII РАЗРЕД

**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**

**1.** Ако је краћа катета тог троугла a, онда је дужа $a\sqrt{3}$, а хипотенуза $2a$, па је $60+20\sqrt{3}=3a+a\sqrt{3}=a(3+\sqrt{3})$, одакле је $a$ = 20cm (**15 бодова**). Површина је $P=\frac{1}{2}a\cdot a\sqrt{3}=200\sqrt{3}\text{cm}^2$ (**5 бодова**).

**2.** $$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-1+\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}-(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}-1+2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=1.$$
Дакле, дати број је рационалан (**20 бодова**).

**3.** Нека су $AD=t_a$ и $BE=t_b$ тежишне дужи датог троугла $ABC$. Тада је $ED \parallel AB$, $ED=\frac{1}{2}AB$ и $P_{ABC}=4P_{EDC}$ (**8 бодова**). Како је $ABDE$ четвороугао са нормалним дијагоналама, то је $P_{ABDE}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10=30\text{cm}^2$ (**8 бодова**), па је $P_{EDC}=10\text{cm}^2$ и $P_{ABC}=40\text{cm}^2$ (**4 бода**).

**4.** (**МЛ 48/2**) Треба одредити све вредности $n$ за које је $(5\sqrt{2})^n<400$. Како је $5^4=625$, $n$ највише може бити 3. Тада је
$$(5\sqrt{2})^3=250\sqrt{2}<250\cdot 1{,}5=375<400.$$
Дакле, $n$ може имати вредност 1, 2 и 3 (**20 бодова**).

**5.** (**МЛ 48/2**) $\overline{bababa}=\overline{ba}\cdot 10101=\overline{ba}\cdot 3\cdot 7\cdot 13\cdot 37=\overline{ba}\cdot 7\cdot 37\cdot 39$, па је $(\overline{ba}\cdot 7):5$ једнако 35 или 41 (**13 бодова**). Како 41 није дељиво са 7, следи да је $\overline{ba}=25$. Тражени бројеви су 35, 37 и 39 (**7 бодова**).

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике**
**ученика основних школа**
**01.03.2014.**

## VII РАЗРЕД

**1.** Израчунај површину правоуглог троугла обима $(60+20\sqrt{3})$cm чији је један оштри угао 30°.

**2.** Да ли је број $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-1+\sqrt{2}$ рационалан или ирационалан?

**3.** Дат је троугао $ABC$. Тежишне дужи $t_a$ = 6cm и $t_b$ = 10cm су међусобно нормалне. Израчунај површину тог троугла.

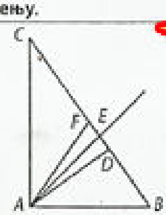
**4.** Одреди све вредности природног броја $n$ за које важи
$$(5\sqrt{2})^n<(2\sqrt{5})^4.$$

**5.** Производ три узастопна непарна броја је 5 пута мањи од броја $\overline{bababa}$. Који су то бројеви?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## VI РАЗРЕД

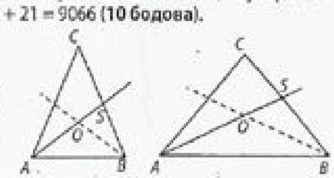
**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**




1. Нека је $ABC$ правоугли троугао са правим углом код $A$ и $\measuredangle B = 54°$, $\measuredangle C = 36°$. Из правоуглог троугла $ABD$ добијамо да је $\measuredangle BAD = 36°$ (**5 бодова**), а из једнакокраког троугла $AFC$ да је $\measuredangle FAC = 36°$ (**7 бодова**). Како је $AE$ симетрала $\measuredangle BAC$, а $\measuredangle BAD = \measuredangle FAC$, то је $AE$ симетрала и $\measuredangle DAF$, па је $\measuredangle DAE = \measuredangle EAF = 9°$ (**8 бодова**).

**2. (МЛ 48/3)** Разломак $\frac{6}{7} = 0,8571428...$ је периодичан са периодом 857142 дужине 6. Збир цифара периоде је 27 (**10 бодова**). Како је $2014 = 335 \cdot 6 + 4$, то је тражени збир једнак $335 \cdot 27 + 8 + 5 + 7 + 1 = 9045 + 21 = 9066$ (**10 бодова**).

**3. (МЛ 48/3)** Нека симетрала $\measuredangle BAC = \alpha$ сече крак $BC$ у тачки $S$. При томе угао од 57° може бити $\measuredangle BSA$ или $\measuredangle CSA$. Види слику!




У првом случају важи да је $\measuredangle BSA = 180° - \measuredangle BAS - \measuredangle SBA = 180° - \frac{\alpha}{2} - \alpha = 180° - \frac{3\alpha}{2} = 57°$, одакле је $\alpha = 82°$ (**8 бодова**), па је тражени угао 98° (**2 бода**).

У другом случају је $\measuredangle CSA$ спољашњи угао за троугао $ABS$, па је $\measuredangle CSA = \alpha + \frac{\alpha}{2} = \frac{3\alpha}{2} = 57°$, односно $\alpha = 38°$ (**8 бодова**). Тражени угао између симетрала углова на основици троугла је $\measuredangle AOB = 180° - \alpha$ и једнак је 142° (**2 бодова**).

**4.** Прости бројеви могу да се завршавају једном од цифара 1, 3, 7 или 9 и постоји по један прост број који се завршава цифром 2 и цифром 5 (**5 бодова**). Ако претпоставимо да постоји највише 249 бројева од датих који се завршавају истом цифром, онда би највише могло да буде $4 \cdot 249 + 2 = 998$ бројева. У ма коју од четири групе да сврстамо преостали број та група ће имати бар 250 простих бројева који се завршавају истом цифром, одакле следи тврђење (**15 бодова**).

**5. (МЛ 47/2)** Како је $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, то се у производу шест различи-тих чинилаца морају наћи бројеви 1 и $-1$ (**6 бодова**). Како производ мора бити позитиван, то међу преостала четири броја један или три морају бити негативна. Ако је један број негативан, њега можемо изабрати на 4 начина: $-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-7)$ (**7 бодова**). Ако су три броја негативна њих можемо изабрати, такође, на 4 начина: $-2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot 7$; $-2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot (-7)$; $-2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot (-7)$; $2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot (-7)$ (**7 бодова**). Дакле, број 210 можемо на 8 различитих начина представити као производ шест различитих чинилаца.

6

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике ученика основних школа**
**01.03.2014.**

## VI РАЗРЕД

1. Прав угао троугла чији су оштри углови 36° и 54° подељен је на четири угла висином, симетралом угла и тежишном дужи које полазе из темена правог угла. Одреди величине та четири угла.

2. Нађи збир првих 2014 децимала броја $\frac{6}{7}$.

3. Симетрала угла $BAC$ на основици $AB$ једнакокраког троугла $ABC$ гради са наспрамном страницом угао од 57°. Израчунај угао између симетрала углова на основици тог троугла.

4. Дато је 999 различитих простих бројева. Докажи да међу њима има бар 250 бројева који се завршавају истом цифром.

5. На колико начина се број 210 може написати као производ шест међусобно различитих целих бројева?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## III РАЗРЕД

**Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.**

**1.** (**МЛ 48/3**) Филм је почео у 18 сати и 35 минута (**10 бодова**). Филм ће се завршити у 20 сати и 10 минута (**10 бодова**).

**2.** а) 223, 232, 322 (**5 бодова**); б) 233, 323, 332 (**5 бодова**).
Збир свих добијених бројева у делу а) је 777 (**3 бода**), а у делу б) је 888 (**3 бода**). Тражена разлика је 111 (**4 бода**).

**3.** (**МЛ 47/2**) а) $e \perp a$; б) $d \parallel e$; в) $a \parallel c$; г) $a \perp d$; д) $c \perp e$; ђ) $b \perp d$.
**(0 или 1 тачан одговор – 0 бодова; 2 тачна – 4 бода; 3 тачна – 8 бодова; 4 тачна – 12 бодова; 5 тачних – 16 бодова; 6 тачних – 20 бодова.)**

**4.** Означимо са A-B-F пут поштара од града A до града F преко града B. Тада су растојања која поштар прелази ако свраћа у различите градове следећа: A-B-F је 176km; A-C-F је 181km; A-D-F је 174km; A-E-F је 173km (**10 бодова**). Дакле, најдуже растојање прелази ако сврати у град C (**5 бодова**). Ако би ишао директно из града A у град F путовао би 19km краће (**5 бодова**).

**5.** (**МЛ 47/5**) Цифре десетица у сабирцима треба да буду највеће могуће, а како се К појављује три пута, највећи збир се добија за К = 9 и Р = 8 (**9 бодова**). Исто тако, пошто се У појављује три пута као цифра јединица, највећи збир се добија за У = 7 и И = 6 (**9 бодова**). На тај начин добијамо највећи могући збир 97 + 97 +86 + 97 = 377 (**2 бода**).

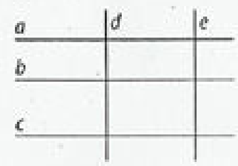
**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Општинско такмичење из математике ученика основних школа**
**01.03.2014 – III разред**

**1.** Сада је 19 сати и 20 минута. Када ће се завршити филм који је почео пре 45 минута, а траје 1 час и 35 минута?

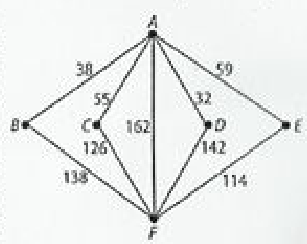
**2.** Састави све троцифрене бројеве који се могу написати помоћу:
а) две двојке и једне тројке; б) једне двојке и две тројке.
Израчунај збир добијених бројева под а) и збир добијених бројева под б), и на крају од већег збира одузми мањи збир.

**3.** Прецртај слику и препиши све захтеве на папир који ћеш предати. Гледај слику па у кругове упиши одговарајуће знаке за паралелне (||) или нормалне (⊥) праве.




а) $e$ ○ $a$; б) $d$ ○ $e$; в) $a$ ○ $c$;
г) $a$ ○ $d$; д) $c$ ○ $e$; ђ) $b$ ○ $d$.

**4.** На слици су дата нека растојања између градова A, B, C, D, E, F (у километрима). Поштар је кренуо из града A у град F. На свом путу треба да сврати још у један од градова B, C, D или E. У који град треба да сврати да би растојање које пређе било најдуже? Колико километара би краће путовао када би директно из града A ишао у град F?




**5.** У збиру КУ + КУ + РИ + КУ иста слова представљају исте цифре, а различита слова различите цифре. Колика је највећа могућа вредност тог збира?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.