РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

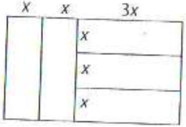
1. (**МЛ44/2**) а) 5434 (**7 бодова**); б) 1434 (**6 бодова**); в) 5434 (**7 бодова**).

2. Како је збир двоцифреног и једноцифреног броја који се пишу истом цифром троцифрен број, једина могућност је $A = 9$. Како је $99 + 9 = 108$, то је $B = 1$, $C = 0$, $D = 8$ (**15 бодова**) и $A - B + C - D = 0$ (**5 бодова**).

3. У једном минуту кроз цев истекне 9 литара воде. Како од 6h 13min до поноћи протекне 17h 47min = 1067min (**10 бодова**), то за тражено време истекне $1067 \cdot 9 = 9603$ литара воде (**10 бодова**).

4. (**МЛ46/2**) а) 2222222012 (**8 бодова**); б) 1010122012 (**12 бодова**).

5. Ако краћу страницу малог правоугаоника обележимо са x, онда је дужа страница мањег правоугаоника $3x$. Дужа страница већег правоугаоника је онда $5x$, па је $5x = 30$cm, тј. $x = 6$cm (**10 бодова**). Дакле, странице мањег правоугаоника су 6cm и 18cm, па је његов обим 48cm (**10 бодова**).



РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. Како је збир три иста двоцифрена сабирка двоцифрен број, то M може бити 1, 2 или 3, а како је $M > C$, то C може бити 0, 1 или 2 зависно од вредности M. Како је $C + C + C = M$, то је једина могућност $M = 3$ и $C = 1$, па је $Д = 9$ (**15 бодова**). Дакле, $Д + 2 \cdot M + 3 \cdot C = 18$ (**5 бодова**).

2. (**МЛ45/2**) Како су узастопне стране обележене узастопним бројевима и како је $41 = 20 + 21$ то је лева страна обележена са 20, а десна са бројем 21(**15 бодова**). Тражени производ је $21 \cdot 20 = 420$ (**5 бодова**).

3. Са теразија лево се види да је маса крушке за 50g већа од масе јабуке. Да је на теразијама десно уместо крушке јабука, укупна маса би била за 50g мања, па би маса две јабуке била 350g, односно маса једне јабуке би било 175g, па је маса крушке 225g (**20 бодова**).

4. Постоје 4 решења: XIV + V = XIX, XV + IV = XIX, XVI + IV = XX, XVI + V = XXI (**свако тачно решење по 5 бодова**).

5. (**МЛ46/2**) Распоред тачака A, B, C, D је као на слици.

$BD = AD - AB =$ 1cm 8mm (**10 бодова**);
$CD = BC - BD =$ 3cm 6mm (**10 бодова**).
Ако је ученик тачно нацртао слику, а није тачно решио задатак дати 5 бодова.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ44/3)** $\frac{1}{4} - 0{,}09 = 0{,}16$; $\frac{1}{4} - 0{,}24 = 0{,}01$; $\frac{1}{4} - 0{,}222 = 0{,}028$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{100} = 0{,}24$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{125} = 0{,}242$. (Свако тачно решење по **4 бода**. Максимално бодовати и ако су решења дата у облику разломка.)

2. **(МЛ46/2)** Како су сва растављања броја 48 на производ два чиниоца а) $1 \cdot 48$, б) $2 \cdot 24$, в) $3 \cdot 16$, г) $4 \cdot 12$, д) $6 \cdot 8$, то значи да постоји 5 могућности за дужине страница правоугаоника, па самим тим постоји и 5 решења (**5 бодова**). Обим правоугаоника може бити а) 98cm (**3 бода**), б) 52cm (**3 бода**), в) 38cm (**3 бода**), г) 32cm (**3 бода**), д) 28cm (**3 бода**).

3. **(МЛ46/3)** $\frac{2}{5}$ правог угла је $(90^\circ : 5) \cdot 2 = 36^\circ$ (**5 бодова**). Како је угао α за 36° већи од њему суплементног угла, то је величина суплементног угла $\alpha - 36^\circ$. Сада је $\alpha + (\alpha - 36^\circ) = 180^\circ$, па је $\alpha = 108^\circ$ (**15 бодова**).

4. Квадрата странице 1cm има 13 (**3 бода**). Квадрата странице 2cm има 6 (**9 бодова**), и 1 је квадрат странице 3cm (**3 бода**). Збир површина ових квадрата је

$$13 \cdot 1\text{cm}^2 + 6 \cdot 4\text{cm}^2 + 1 \cdot 9\text{cm}^2 = 46\text{cm}^2$$ (**5 бодова**)

5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{7}{n} = 1$ па је $\frac{19}{20} + \frac{7}{n} = 1$, тј. $\frac{7}{n} = \frac{1}{20}$. Одавде је $n = 140$ (**20 бодова**).

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

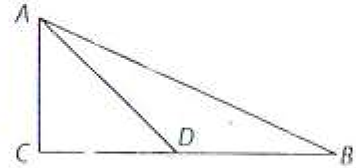
Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/2)** Како је $AC = AD - CD = CE - CD = ED$ (**5 бодова**) и $\measuredangle CAB = \measuredangle DEF$ као углови са паралелним крацима, имамо да је

$$\left.\begin{array}{l} AB = EF \\ \measuredangle CAB = \measuredangle DEF \\ AC = ED \end{array}\right\} \overset{СУС}{\Longrightarrow} \Delta ABC \cong \Delta EFD \Longrightarrow FD = BC$$ (**15 бодова**).

2. **(МЛ45/3)** $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ (**5 бодова**). Како се 252 може раставити на највише 5 простих чинилаца, од којих можемо добити највише 5 различитих целих бројева, закључујемо да 1 и −1 (**5 бодова**) морају бити чиниоци броја 252. Дакле, тражени бројеви су 1, −1, 2, −2, 3, −3 и −7 (**10 бодова**) јер је потребан паран број негативних чинилаца.

3. ΔADC је једнакокрако-правоугли па је $\measuredangle CDA = 45^\circ$. ΔABD је једнакокрак па је $\measuredangle DAB = \measuredangle DBA$. Како је $\measuredangle CDA = \measuredangle DAB + \measuredangle DBA$, то је $\measuredangle DBA = 22^\circ\, 30'$, па су углови троугла 90°, $22^\circ\, 30'$ и $67^\circ\, 30'$ (**20 бодова**).



4. Претпоставимо да је било x комада воћа. Тада је број крушака и јабука $\frac{1}{3}x$, а само јабука $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x$ (**5 бодова**). Бресквi и банана је било $\frac{2}{3}x$, а само банана $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{4}{21}x$ (**5 бодова**). Сада је број јабука и банана $\frac{1}{6}x + \frac{4}{21}x = \frac{15}{42}x$ (**5 бодова**). Како је број воћа цео и између 50 и 100, закључујемо да је укупно комада воћа било 84, а јабука и банана 30 (**5 бодова**).

5. **(МЛ44/2)** У датој једначини $|ab| + p = 53$, a и b су непарни бројеви (производ два непарна броја је увек непаран број) па p мора бити 2 (**2 бода**), па је $|ab| = 51$ (**2 бода**). Знамо да је $51 = 1 \cdot 51 = 3 \cdot 17$. Пошто нам треба апсолутна вредност производа бројева a и b, производ датих бројева може бити и негативан. Сва решења су:

a	1	−1	1	−1	51	−51	51	−51	3	−3	3	−3	17	−17	17	−17
b	51	51	−51	−51	1	1	−1	−1	17	17	−17	−17	3	3	−3	−3

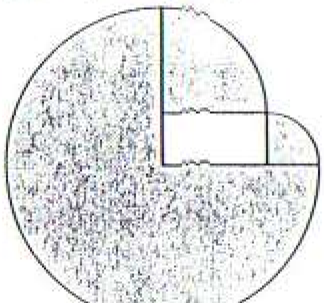
Свако решење бодовати са **једним бодом**.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

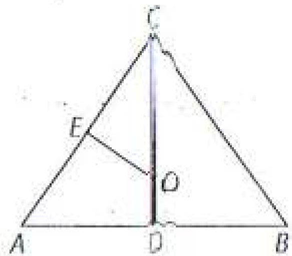
1. **(МЛ45/2)** $P = 168\sqrt{3}\text{cm}^2$ **(10 бодова)**, $V = 144\sqrt{3}\text{cm}^3$ **(10 бодова)**.

2. Пас може да се креће само по осенченом делу травњака који је састављен од три четвртине круга полупречника 12m, четвртине круга полупречника 8m и четвртине круга полупречника 4m. Дакле, тражена површина је



$$\frac{3}{4}\cdot(12\text{m})^2\pi + \frac{1}{4}\cdot(8\text{m})^2\pi + \frac{1}{4}\cdot(4\text{m})^2\pi =$$
$$= 128\pi\text{m}^2$$ (20 бодова).

3. **(МЛ46/1)** а) Праве OD и OE су симетрале основице и крака па су углови CEO и CDA прави. Поред два једнака права угла, троуглови ADC и OEC имају једнаке и углове ACD и OCE, па су слични **(10 бодова)**.



б) Применом Питагорине теореме на троугао ADC имамо да је $AC^2 = AD^2 + DC^2$, па је DC = 8cm. Како је E средиште странице AC, то је CE = 5cm. Из односа $AC : OC = CD : CE$, добијамо да је тражени полупречник CO = 6,25cm **(10 бодова)**.

4. **(МЛ46/1)** Да би једначине биле еквивалентне морају имати исти скуп решења. Како је једино решење друге једначине $x = \frac{3}{4}$ **(10 бодова)** то заменом ове вредности за x у првој једначини добијамо $a = 8\frac{1}{2}$ **(10 бодова)**.

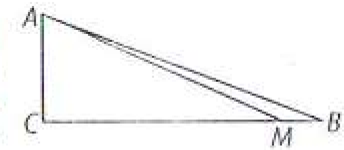
5. Нека су све цифре парне. Парне цифре су 0, 2, 4, 6 и 8. Ако је петоцифрени број облика $\overline{abcde}$ тада a може бити било која од цифара 2, 4, 6 и 8, за цифру b остају четири могућности, за цифру c три могућности, за цифру d две могућности и за цифру e једна, па укупно тражених бројева има $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ **(10 бодова)**. Ако су све цифре непарне, тражених бројева $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ **(10 бодова)**. Дакле, укупно их има 216.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/1)** а) -1 **(10 бодова)**; б) $144\cdot(6-5\sqrt{6})$ **(10 бодова)**.

2. **(МЛ46/3)** Применом Питагорине теореме на троугао ABC је CB^2 = 8 **(6 бодова)**. Применом Питагорине теореме на троугао ACM имамо $AM^2 = \frac{57}{8}$ **(6 бодова)**. Како је $\frac{57}{8} < \frac{64}{8} = 8$, то је $AM^2 < CB^2$, па је и $AM < CB$ **(8 бодова)**.



3. $8^8 = \left(2^3\right)^8 = 2^{24}$ **(5 бодова)**, $\left(4^4\right)^x = 4^{4x} = \left(2^2\right)^{4x} = 2^{8x}$ **(5 бодова)**. Сада имамо $2^{24} + 2^{8x} = 2^{25}$, па је $2^{8x} = 2^{25} - 2^{24} = 2^{24}(2-1) = 2^{24}$. Дакле, $2^{8x} = 2^{24}$ **(5 бодова)** па је $8x = 24$, тј. $x = 3$ **(5 бодова)**.

4. Ратков број је $\overline{A1}$, а Слављубов $\overline{1A}$ и важи $\overline{A1} = 3\cdot\overline{1A}$. Како је број A петоцифрен, имамо да је $10A + 1 = 3\cdot(100000 + A)$ **(15 бодова)**, а после сређивања добијамо $7A = 299999$, па је Вера замислила број 42857 **(5 бодова)**.

5. а) Троуглови ABD и ABC имају заједнички страницу (AB) и једнаке висине (AD) па имају и једнаке површине. Сада имамо
$$P_{ASD} = P_{ABD} - P_{ABS} = P_{ABC} - P_{ABS} = P_{BCS}$$ **(10 бодова)**.
б) Површина троугла ABD је 16cm², а троугла ACS је 12cm². Како је $P_{ABD} = P_{ABS} + P_{ASD}$ и $P_{ACD} = P_{CDS} + P_{ASD}$ имамо
$$P_{ABD} - P_{ACD} = \left(P_{ABS} + P_{ASD}\right) - \left(P_{CDS} + P_{ASD}\right) = P_{ABS} - P_{CDS}$$
па је $P_{ABS} - P_{CDS} = 4\text{cm}^2$ **(10 бодова)**.