ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

III РАЗРЕД

1. Од 72 ученика једног разреда свако тренира по један спорт. Међу њима трећина тренира кошарку, половина фудбал, а остали одбојку. Колико ученика тренира одбојку?

2. Од највећег парног троцифреног броја одузми број четврте стотине који се записује са три исте цифре. Израчунај збир добијене разлике и најмањег непарног троцифреног броја.

3. Јована има канап дужине 54 cm, а Милан канап који је 5 cm краћи од Јованиног. Јована је одсекла и бацила 3 dm од свог канапа, а Милан 3 cm. Колика је укупна дужина канапа који су остали Јовани и Милану?

4. Напиши најмањи и највећи број који се записују римским цифрама I, V, X, L, C ако се свака цифра мора употребити тачно једанпут.

5. Напиши све троцифрене бројеве чији је производ цифара 16.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Кошарку тренира 72 : 3 = 24 [**5 бодова**], а фудбал 72 : 2 = 36 [**5 бодова**]. Дакле, кошарку и фудбал укупно тренира 24 + 36 = 60 ученика [**5 бодова**], а одбојку 72 – 60 = 12 ученика [**5 бодова**].

2. (**МЛ 56/2**) Највећи паран троцифрени број је 998 [**4 бода**], а број четврте стотине који се записује са три исте цифре је 333 [**4 бода**]. Њихова разлика је 998 – 333 = 665 [**4 бода**]. Најмањи непаран троцифрени број је 101 [**4 бода**]. Тражени збир је 665 + 101 = 766 [**4 бода**].

3. Дужина Милановог канапа је 54 cm – 5 cm = 49 cm [**5 бодова**]. Када је одсекла канап, Јовани је остало 54 cm – 3 dm = 54 cm – 30 cm = 24 cm [**5 бодова**], а Милану је након одсецања остало 49 cm – 3 cm = 46 cm [**5 бодова**]. Укупна дужина канапа који су остали Јовани и Милану је 24 cm + 46 cm = 70 cm [**5 бодова**].

4. (**МЛ 57/2**) Најмањи тражени број је CXLIV [**10 бодова**], а највећи CLXVI [**10 бодова**].

5. (**МЛ 58/1**) Цифре троцифрених бројева чији је производ цифара 16 могу да буду: 1, 2, 8 или 1, 4, 4 или 2, 2, 4. Сви троцифрени бројеви који се могу саставити од ових цифара су: 128, 182, 218, 281, 812, 821, 144, 414, 441, 224, 242, 422 [Ако је ученик тачно записао 6 било којих решења, свако решење **по 1 бод**. Свако следеће решење бодовати са **по 2 бода**. Ако ученик запише сва тачна решења бодовати са 20 бодова].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

IV РАЗРЕД

1. Јован је рођен 2002. године, а његов брат Милан 1997. године. Њихов отац је рођен 1968. године. Који брат је старији и за колико година? Колико година је Јован млађи од свог оца?

2. Џепарац од 900 динара Никола је потрошио за три дана. Првог дана потрошио је једну четвртину новца, а другог дана три петине остатка. Колико новца је потрошио трећег дана?

3. Обим правоугаоника је 656 mm. Израчунај дужину његових страница, ако се зна да је једна од њих три пута дужа од друге (њој суседне) странице.

4. Дата је дуж OA чија је дужина 3 cm и кружница чији је центар тачка O и која садржи тачку A. На дужи OA дата је тачка B тако да је дужина дужи OB једнака 2 cm. Нацртај слику. Колико је тачка B удаљена од њој најближе, а колико од њој најдаље тачке те кружнице?

5. У празна поља упиши бројеве тако да квадрат буде магичан.

11		13
	14	

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

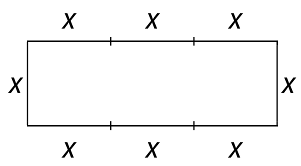
IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

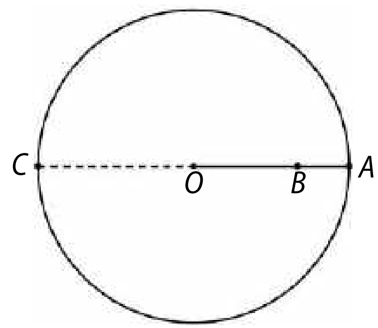
1. (**МЛ 56/1**) Милан је старији [**4 бода**] за 2002 – 1997 = 5 година [**8 бодова**]. Јован је млађи од оца за 2002 – 1968 = 34 године [**8 бодова**].

2. Првог дана Никола је потрошио 900 : 4 = 225 динара [**5 бодова**]. Након првог дана од џепарца му је остало још 900 – 225 = 675 динара [**5 бодова**]. Другог дана је потрошио (675 : 5) · 3 = 405 динара [**5 бодова**]. После другог дана Николи је остало 675 – 405 = 270 динара од џепарца, па је трећег дана потрошио 270 динара [**5 бодова**].

3. (**МЛ 57/4**) Ако дужину краће странице означимо са x, онда је дужина дуже странице $3 \cdot x$. Тада је обим правоугаоника једнак $8 \cdot x$ [**8 бодова**], па је $8 \cdot x = 656$ mm. Решавањем ове једначине добијамо да је $x = 82$ mm, па је дужина једне странице 82 mm [**6 бодова**], а друге $3 \cdot 82$ mm = 246 mm [**6 бодова**].



4. Добро нацртана потпуна слика или скица **7 бодова**. Најкраће и најдуже растојање тачке B од кружнице биће једнако растојањима тачке B од пресека кружнице и пречника коме припада тачка B (од тачака A и C са слике). Најкраће растојање једнако је 3 cm – 2 cm = 1 cm [**5 бодова**], а најдуже 2 cm + 3 cm = 5 cm [**8 бодова**].



5. (**МЛ 56/4**) Збир бројева у сивој врсти и колони је једнак. Како је број у једном пољу заједнички, збир преостала два броја у врсти и колони је једнак, па је $11 + 13 = a + 14$, одакле је $a = 10$ [**5 бодова** за тачно одређен централни број]. Сваки преостали тачно уписани број **по 3 бода**.

11		13
	a	
	14	

11	**6**	13
12	**10**	**8**
7	14	**9**

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

V РАЗРЕД

1. Означимо са T скуп свих парних бројева мањих од 50. Представи Веновим дијаграмом скупове: $A = \{a \in T \mid a$ је дељиво са $3\}$, $B = \{b \in T \mid b$ је дељиво са $4\}$, $C = \{c \in T \mid c$ је дељиво са $5\}$. Одреди $A \setminus (B \cap C)$.

2. Збир два броја је 9570. Цифра јединица једног од њих је 0. Ако се она изостави добија се други број. Који су то бројеви?

3. Ако спојимо средишта две суседне странице правоугаоника добијемо петоугао и троугао чији се обими разликују за 20 cm. Израчунај обим правоугаоника.

4. Збир дужина свих ивица квадра је 84 cm. Израчунај запремину квадра ако је његова дужина четири пута дужа од ширине, а висина два пута краћа од дужине.

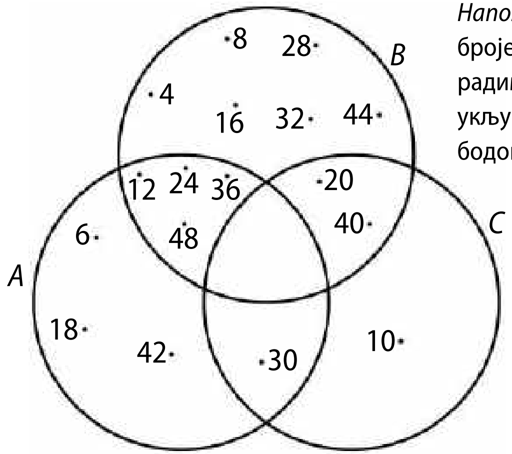
5. Одреди цифре x и y тако да је збир $\overline{5x6}+\overline{3y44}$ дељив са 4 и 9.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

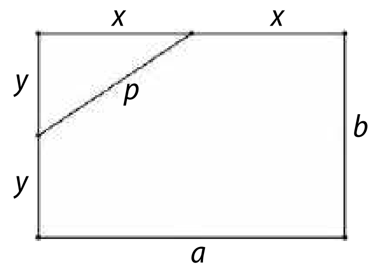
1. (**МЛ 56/1**) Елементи скупова су: $T = \{2, 4, 6, ..., 46, 48\}$, $A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$ [**3 бода**], $B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\}$ [**3 бода**], $C = \{10, 20, 30, 40\}$ [**3 бода**], $A \setminus (B \cap C) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\} \setminus \{20, 40\}$ [**3 бода**] $= \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$ [**3 бода**]. Венов дијаграм **5 бодова**.



Напомена. Када говоримо о дељивости бројева подразумевамо да разматрање радимо у скупу N. Уколико ученик и 0 укључи у разматрање, не одузимати бодове.

2. Означимо бројеве са a и b ($a > b$). Тада је $a + b = 9570$. Брисањем цифре 0 са месне вредности јединица добијамо број 10 пута мањи од полазног, па је $a = 10 \cdot b$ [**5 бодова**]. Применом методе дужи имамо да је $11 \cdot b = 9570$ [**5 бодова**], одакле је $b = 870$ [**5 бодова**], па је $a = 8700$ [**5 бодова**]. Дакле, тражени бројеви су 870 и 8700.

3. Означимо са a и b дужине страница правоугаоника, и нека је $a = 2x$ и $b = 2y$ (x и y су дужине половина страница a и b). Тада је обим троугла $O_T = x + p + y$ [**5 бодова**], а петоугла $O_P = x + p + y + a + b$ [**5 бодова**]. Ова два обима разликују се за $a + b$ [**5 бодова**], па је $a + b = 20$ cm. Обим правоугаоника је $O = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$ [**5 бодова**].



4. (**МЛ 57/4**) Збир дужоина свих ивица квадра је $4 \cdot (a + b + c) = 84$ cm, па је $a + b + c = 21$ cm [**4 бода**]. Како је $a = 4b$ и $a = 2c$, следи да је $c = 2b$ [**6 бодова**]. Применом методе дужи добијамо да је $7b = 21$ cm, па је $b = 3$ cm, одакле је $a = 12$ cm и с = 6 cm [**6 бодова**]. Запремина квадра је $V = abc = 216\ \text{cm}^3$ [**4 бода**].

5. (**МЛ 58/1**) Како су $\overline{5x6}+\overline{3y44}$ и $\overline{3y44}$ дељиви са 4, то је и $\overline{5x6}$ дељив са 4, па је $x\in\{1, 3, 5, 7, 9\}$ [**8 бодова**]. За $x = 1$ добијамо да је $516+\overline{3y44}$ дељиво са 9. Како је $516+\overline{3y44}=513+\overline{3y47}$ и како је 513 дељиво са 9, то је $\overline{3y47}$ дељиво са 9, па је $y = 4$.

Слично разматрамо и случајеве $x = 3$, $x = 5$, $x = 7$ и $x = 9$. Све тражене вредности цифара x и y дате су у наредној табели [сваки тачно одређени пар цифра **по 2 бода**].

x	1	3	5	5	7	9
y	4	2	0	9	7	5

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

VI РАЗРЕД

1. Израчунај збир $x + y$ ако је

$$x-\left(\frac{3}{2}-0,25\right):\left(\frac{5}{4}-1,125\right)=1 \quad \text{и} \quad y-\left(\frac{1}{2}-0,25\right):\left(\frac{5}{4}-1,125\right)=1.$$

2. Унутрашњи углови троугла су α, β и γ. Одреди мере ових углова ако је $\alpha + \beta = 110°$ и $\beta + \gamma = 108°$.

3. Одреди све просте бројеве p и q за које важи $23p + 3q = 2023$.

4. Дешифруј сабирање (различита слова представљају различите цифре, а иста слова исте цифре)

$$\overline{СУНЦЕ}+\overline{МЕСЕЦ}=35688$$

ако је $\overline{СУНЦЕ}$ петоцифрени број дељив бројевима 4 и 5, а $\overline{МЕСЕЦ}$ петоцифрени број дељив бројем 8.

5. У троуглу ABC симетрале углова $\measuredangle ABC$ и $\measuredangle BAC$ секу наспрамне странице AC и BC у тачкама B_1 и A_1, редом. Ако је $\measuredangle BB_1A = 95°$ и $\measuredangle AA_1B = 97°$, поређај по дужини, од најкраће до најдуже, странице троугла ABC.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

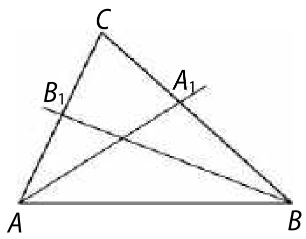
1. (**МЛ 57/2**) Решења постављених једначина су $x = 11$ [**9 бодова**] и $y = 3$ [**9 бодова**]. Тражена вредност збира је $x + y = 14$ [**2 бода**].

2. (**МЛ 58/1**) Како је $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ [**2 бода**], то је $\gamma = (\alpha + \beta + \gamma) - (\alpha + \beta) = 180° - 110° = 70°$ [**6 бодова**], $\alpha = (\alpha + \beta + \gamma) - (\beta + \gamma) = 180° - 108° = 72°$ [**6 бодова**] и $\beta = (\alpha + \beta) - \alpha = 110° - 72° = 38°$ [**6 бодова**].

3. (**МЛ 57/4**) Збир два природна броја је непаран ако је један од њих паран, а други непаран. Како је 2023 непаран број, то или $23p$ или $3q$ мора бити паран [**4 бода**]. Једини паран прост број је 2 [**2 бода**]. Ако је $p = 2$ добијамо $q = 659$ [**6 бодова**] који јесте прост број јер није дељив ниједним простим бројем мањим од 26 [**2 бода**]. Ако је $q = 2$, онда је $p=\dfrac{2017}{23}$. Како p није природан број, у овом случају немамо решења [**6 бодова**]. Дакле једино решење је $p = 2$ и $q = 659$.

4. Како је $\overline{СУНЦЕ}$ број дељив и са 4 и са 5, то је $Е = 0$ [**3 бода**], а заменом $Е$ са 0 добијамо да је $Ц = 8$ [**3 бода**]. Како је број дељив бројем 8 ако му је троцифрени завршетак дељив са 8, то је $С = 2$ [**5 бодова**] јер је $С < 3$. Заменом добијамо $\overline{2УН80}+\overline{М0208}=35688$. Одавде следи да је $У = 5$, $Н = 4$ и $М = 1$ [свако тачно дешифровано слово **по 3 бода**].

5. Нека су унутрашњи углови троугла α, β и γ. По услову задатка је $\dfrac{\alpha}{2}+\beta=83°$ и $\alpha+\dfrac{\beta}{2}=85°$ [**5 бодова**]. Сабирањем левих и десних страна једнакости добијамо $\dfrac{3}{2}(\alpha+\beta)=168°$ [**5 бодова**], одакле је $\alpha + \beta = 112°$ и $\gamma = 68°$.



Збир углова у троугловима AA_1C и BB_1C је 180°, па је $\alpha = 58°$ и $\beta = 54°$ [**8 бодова**]. Како је $\beta < \alpha < \gamma$, то је $AC < BC < AB$ [**2 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза $14\cdot\sqrt{1+\frac{15}{49}}-(-0,25)^2+4\cdot\sqrt{\frac{25}{16}-1}$.

2. Ако је $x\sqrt{3}+y\sqrt{3}=\sqrt{12}$, израчунај вредност израза $\frac{x\sqrt{2}}{2}+\frac{y}{\sqrt{2}}$.

3. Израчунај површину трапеза чије су основице дужине 33 cm и 15 cm, а дијагонале су симетрале углова на већој основици.

4. Цена горива се мења сваког петка у месецу и то тако да ако је петак непарног датума цена се повећа за 10%, а ако је парног датума цена се смањи за 6%. Ако је у четвртак 30. новембра цена горива била 200 динара, одреди цену горива у Новогодишњој ноћи.

5. Нека је $ABCD$ квадрат. Тачке M и N припадају, редом, страницама AB и CD тако да је $AM = CN$. Докажи да се дужи BD и MN узајамно полове.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. $14\cdot\sqrt{1+\frac{15}{49}}-(-0,25)^2+4\cdot\sqrt{\frac{25}{16}-1}=14\cdot\sqrt{\frac{64}{49}}-\left(-\frac{1}{4}\right)^2+4\cdot\sqrt{\frac{9}{16}}=$

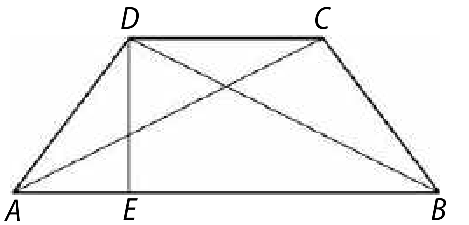
$14\cdot\frac{8}{7}$ **[5 бодова]** $-\frac{1}{16}$ **[5 бодова]** $+4\cdot\frac{3}{4}$ **[5 бодова]** $=$

$16-\frac{1}{16}+3=18\frac{15}{16}=\frac{303}{16}$ **[5 бодова].**

Напомена. Признавати било који облик разломка.

2. (**МЛ 58/1**) Из услова $x\sqrt{3}+y\sqrt{3}=\sqrt{12}$ добијамо $x + y = 2$ [**8 бодова**], па је $\frac{x\sqrt{2}}{2}+\frac{y}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}(x+y)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 2=\sqrt{2}$ [**12 бодова**].

3. (**МЛ 58/1**) Како је дијагонала AC симетрала $\measuredangle BAD = \alpha$, следи да је $\measuredangle DAC = \measuredangle CAB = \frac{\alpha}{2}$ [**2 бода**]. Осим тога, важи да је $\measuredangle CAB = \measuredangle DCA = \frac{\alpha}{2}$ (наизменични углови) [**2 бода**], па је ACD једнакокраки троугао, одакле је $AD = CD = 15$ cm [**2 бода**].
Аналогно, из услова да је дијагонала BD симетрала угла $\measuredangle ABC = \beta$, следи да је $\measuredangle CBD = \measuredangle ABD = \frac{\beta}{2}$ [**2 бода**], а како је $\measuredangle CDB = \measuredangle ABD = \frac{\beta}{2}$ (наизменични углови) [**2 бода**], следи да је CDB једнакокраки троугао, одакле је $BC = DC = 15$ cm [**2 бода**].



Дакле, $ABCD$ је једнакокраки трапез са крацима дужине 15 cm и основицама дужине 33 cm и 15 cm. Висину DE овог трапеза одређујемо из правоуглог троугла AED чија је катета $AE = 9$ cm [**2 бода**].

Важи да је $DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}$, па је DE = 12 cm [**4 бода**], одакле добијамо $P=\frac{33\text{ cm}+15\text{ cm}}{2}\cdot 12\text{ cm}=288\text{ cm}^2$ [**2 бода**].

4. Цена горива је током децембра три пута повећана за 10% (1. децембра, 15. децембра и 29. децембра) [**3 бода**] и два пута смањена за 6% (8. децембра и 22. децембра) [**3 бода**], па ће цена у новогодишњој ноћи бити

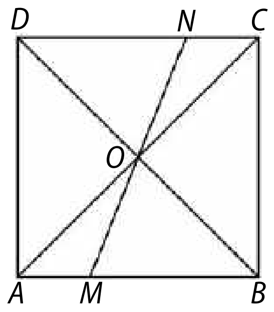
$$200\cdot\left(\frac{110}{100}\right)^3\cdot\left(\frac{94}{100}\right)^2 \text{ [**3 бода**] } = 200\cdot 1{,}1^3\cdot 0{,}94^2$$

$$= 200\cdot 1{,}1760716 \text{ [**6 бодова**]}$$

$$= 235{,}21432 \text{ динара [**5 бодова**].}$$

Напомена. Ако ученика сукцесивно одређује цену сваког петка, свака тачно израчуната цена **по 4 бода**: 220 динара; 206,8 динара; 227,48 динара; 213,8312 динара; 235,21432 динара.

5. (**МЛ 57/3**) Странице *AM* и *CN* четвороугла *AMCN* су међусобно паралелне и једнаке, па је овај четвороугао паралелограм [**6 бодова**]. Дијагонале *AC* и *MN* овог паралелограма се међусобно полове, па је тачка *O*, пресек дијагонала *AC* и *MN*, средиште дужи *AC* и *MN* [**6 бодова**]. Како се и дијагонале квадрата *ABCD* међусобно полове, следи да је тачка *O* и средиште дужи *BD* [**6 бодова**], одакле закључујемо да се дужи *MN* и *BD* међусобно полове [**2 бода**].



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

VIII РАЗРЕД

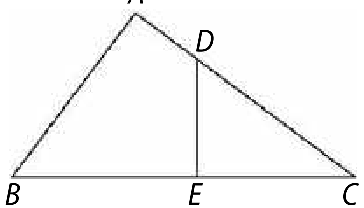
1. Израчунај вредност израза $1\frac{1}{5}\cdot\sqrt{2+\frac{7}{9}}+3\cdot\sqrt{(-2)^2}-\sqrt{12^2+5^2}$.

2. Покажи да је $\sqrt{16+6\sqrt{7}}+\sqrt{16-6\sqrt{7}}$ природан број.

3. Одреди збир свих решења једначине $\frac{|x-4|}{2-|x-4|}=3$.

4. Колико највише равни одређују три паралелне праве и пет различитих тачака од којих су три колинеарне?

5. У троуглу *ABC* је *AB* = 6 cm, *BC* = 10 cm, *AC* = 8 cm. Нека су *D* и *E* тачке на страницама *AC* и *BC*, редом. Ако је *DE* нормално на *BC* и површина троугла *CDE* једнака трећини површине троугла *ABC*, одреди дужину дужи *BE*.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 57/1**) $1\frac{1}{5}\cdot\sqrt{2+\frac{7}{9}}+3\cdot\sqrt{(-2)^2}-\sqrt{12^2+5^2}=\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{3}+3\cdot2-13=$
2 [**5 бодова**] + 6 [**5 бодова**] − 13 [**5 бодова**] = −5 [**5 бодова**].

2. (**МЛ 57/1**) Покажимо да се изрази под коренима могу представити као квадрати бинома:

$$\sqrt{16+6\sqrt{7}}=\sqrt{9+2\cdot3\cdot\sqrt{7}+7}=\sqrt{(3+\sqrt{7})^2}$$ [**5 бодова**];

$$\sqrt{16-6\sqrt{7}}=\sqrt{9-2\cdot3\cdot\sqrt{7}+7}=\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$$ [**5 бодова**].

Због овога је почетни израз једнак $|3+\sqrt{7}|+|3-\sqrt{7}|$ [**5 бодова**].
Како је $3+\sqrt{7}>0$ и $3-\sqrt{7}>0$, то је вредност почетног израза једнака $3+\sqrt{7}+3-\sqrt{7}=6$, чиме смо доказали да је он природан број [**5 бодова**].

3. Именилац разломка не сме бити 0, па је $|x-4|\neq2$, тј. $x-4\neq2$ и $x-4\neq-2$. Дакле, мора важити да је $x\neq6$ и $x\neq2$. У том случају је $|x-4|=3\cdot(2-|x-4|)$, тј. $|x-4|=6-3\cdot|x-4|$ [**5 бодова**]. Одавде је $4\cdot|x-4|=6$, тј. $|x-4|=\frac{3}{2}$ [**3 бода**]. Решења ове једначине су $x=\frac{5}{2}$ [**5 бодова**] и $x=\frac{11}{2}$ [**5 бодова].** Тражени збир је $\frac{5}{2}+\frac{11}{2}=8$ [**2 бода**].

4. (**МЛ 58/1**) Више пута ћемо користити да две паралелне праве одређују једну раван, да права и тачка ван ње образују једну раван, као и да три неколинеарне тачке образују једну раван. Најпре, три паралелне праве одређују највише 3 равни (сваки пар по једну) [**4 бода**]. Затим, свака од пет тачака са произвољном од 3 праве одређује највише једну нову раван, што је највише $5\cdot3=15$ равни [**6 бодова**]. Коначно, 5 тачака од којих су 3 колинеарне одређују највише 5 равни. Наиме, ако са A_1, A_2, A_3 означимо тачке које су колинеарне, а са A_4 и A_5 преостале две, онда: A_1, A_2, A_3 одређују једну праву, која са преостале две тачке одређује највише 2 равни; тачке

A_4 и A_5 са тачкама A_1, A_2, A_3 одређују највише 3 равни (сваку раван одређују тачке A_4, A_5 и једна од тачака A_1, A_2, A_3) [**8 бодова**]. Коначно, три паралелне праве и 5 тачака од којих су 3 колинеарне одређују највише $3 + 15 + 5 = 23$ равни [**2 бода**].

5. Приметимо да је троугао ABC правоугли ($6^2 + 8^2 = 10^2$) са правим углом код темена A [**2 бода**]. Даље су троуглови ABC и EDC слични јер су оба правоугла и имају заједнички угао код темена C [**6 бодова**]. Означимо коефицијент сличности са k. Тада је $AC = k \cdot EC$ и $AB = k \cdot ED$. Како се површине односе као 3 : 1, то је $\frac{AB \cdot AC}{2} = 3 \cdot \frac{ED \cdot EC}{2}$. Заменом вредности за AB и AC са $k \cdot EC$ и $k \cdot ED$, добијамо да је $k = \sqrt{3}$ [**6 бодова**]. Сада је $EC = \frac{AC}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm [**4 бода**], одатле је тражена дужина $BE = \left(10 - \frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$ cm [**2 бода**].