ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

III РАЗРЕД

1. Израчунај:
а) збир највећег непарног броја треће стотине и првог следбеника броја 470;
б) разлику највећег парног броја седме стотине и првог претходника броја 470.

2. Напиши од најмањег до највећег све троцифрене бројеве седме стотине у којима је цифра стотина за један мања од цифре десетица.

3. Напиши римским цифрама:
а) све парне бројеве који су између бројева 393 и 403;
б) све непарне бројеве који су између бројева 896 и 906.

4. Напиши све троцифрене бројеве чији је збир цифара једнак 4.

5. Три албума су плаћена 717 динара. Укупна цена првог и другог албума је 409 динара, а другог и трећег 592 динара. Колико кошта сваки од тих албума?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/1**) а) 299 [**4 бода**] + 471 [**2 бода**] = 770 [**4 бода**].
б) 700 [**4 бода**] – 469 [**2 бода**] = 231 [**4 бода**].

2. (**МЛ 59/1**) То су следећи бројеви (има их 10, сваки број **по 2 бода**):

670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679.

Уколико редослед набрајања бројева није одговарајући, бодовати са 15 бодова.

3. (**МЛ 60/1**) То су бројеви:
а) CCCXCIV,CCCXCVI,CCCXCVIII,CD, CDII (сваки број **по 2 бода**);
б) DCCCXCVII,DCCCXCIX, CMI, CMIII,CMV (сваки број **по 2 бода**).

4. То су следећи бројеви (има их 10, редослед набрајања није битан, сваки број **по 2 бода**):

400, 310, 301, 220, 211, 202, 130, 121, 112, 103.

5. Цену трећег албума добијамо када од укупне цене сва три албума одузмемо укупну цену прва два албума:

$717 - 409 = 308$ динара [**7 бодова**].

Слично добијамо и цену првог албума, када од укупне цене одузмемо укупну цену другог и трећег албума:

$717 - 592 = 125$ динара [**7 бодова**].

Цену другог албума сада можемо израчунати на више начина:

$$409 - 125 = 284$$

или

$$592 - 308 = 284$$

или

$717 - (308 + 125) = 717 - 433 = 284$ динара [**6 бодова**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

IV РАЗРЕД

1. Израчунај разлику најмањег петоцифреног броја и највећег непарног броја треће хиљаде.

2. Напиши најмањи и највећи шестоцифрен број записан различитим цифрама, који у свом запису има цифру 8 на месној вредности десетица хиљада, цифру 9 на месној вредности стотина и цифру 3 на месној вредности јединица.

3. Обим квадрата једнак је обиму правоугаоника чије су странице дужина 2 dm и 12 cm. Израчунај дужину странице тог квадрата.

4. Брат и сестра су добили од родитеља 2025 динара. Направили су план да прво за трећину овог новца купе лопту, а затим да од петине остатка новца купе обруч. Колико ће им новца остати након тих куповина?

5. У фабрици чоколаде је првог и другог дана произведено 9543 килограма, првог и трећег дана је произведено 13893 килограма, а другог и трећег дана 15872 килограма чоколаде. Колико килограма чоколаде је произведено сваког од та три дана?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/1**) Најмањи петоцифрени број је 10000 [**5 бодова**], док је највећи непаран број треће хиљаде 2999 [**5 бодова**]. Њихова разлика износи: $10000 - 2999 = 7001$ [**10 бодова**].

2. (**МЛ 60/1**) Најмањи такав број је 180923 [**10 бодова**], а највећи 786953 [**10 бодова**].

3. (**МЛ 58/5**) Странице правоугаоника су 2 dm = 20 cm [**2 бода**] и 12 cm, па је његов обим

$$2 \cdot (20\text{ cm} + 12\text{ cm}) = 2 \cdot 32\text{ cm} = 64\text{ cm}$$ [**8 бодова**].

Ако је a страница квадрата, његов обим је $4 \cdot a$, одакле добијамо једначину $4 \cdot a = 64$ cm [**5 бодова**], чије је решење $a = 16$ cm [**5 бодова**]. Према томе, дужина странице квадрата је 16 cm.

4. Брат и сестра су лопту платили $2025 : 3 = 675$ динара [**5 бодова**] и након тога им је остало

$$2025 - 675 = 1350$$ динара [**5 бодова**].

Затим су обруч платили $1350 : 5 = 270$ динара [**5 бодова**] и након тога им је остало

$$1350 - 270 = 1080$$ динара [**5 бодова**].

5. Ако саберемо количину чоколаде која је произведена првог и другог дана, првог и трећег дана, односно другог и трећег дана, добијамо двоструки збир чоколаде која је произведена сваког од три дана [**8 бодова**]. Према томе, двострука количина произведене чоколаде у фабрици за ова три дана укупно је

$$9543 + 13893 + 15872 = 39308$$ килограма [**3 бода**],

па је количина произведене чоколаде за сва три дана укупно једнака

$$39308 : 2 = 19654$$ килограма [**3 бода**].

Првог дана је произведено $19654 - 9543 = 10111$ килограма [**2 бода**], другог дана $19654 - 13893 = 5761$ килограма [**2 бода**], и трећег дана $19654 - 15872 = 3782$ килограма чоколаде [**2 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

V РАЗРЕД

1. Дати су скупови природних бројева

$$A=\{x \mid x<6\} \text{ и } B=\{4, 5, 6, 7, 8\}.$$

Одреди скуп X за који важи

$$X \subset A \cup B,\quad X \cap A = A \setminus B,\quad X \cap B = B \setminus A.$$

2. Одреди све четвороцифрене природне бројеве чији је збир цифара 5 и дељиви су са 5.

3. Скуп A има 5 елемената, а неки његови двочлани подскупови су: $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{2, 5\}$. Одреди елементе скупа A, као и све остале његове двочлане подскупове.

4. Одреди број који при дељењу са 251 даје количник једнак делиоцу и највећи могући остатак.

5. Одреди цифре x и y тако да број $\overline{123xy}$ буде дељив са 72.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Како је $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ [**3 бода**], добијамо $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ [**3 бода**], $A \setminus B = \{1, 2, 3\}$ [**3 бода**], $B \setminus A = \{6, 7, 8\}$ [**3 бода**], па је тражени скуп $X = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ [**8 бодова**].

2. (**МЛ 60/1**) Како је број дељив са 5, његова цифра јединица је 0 или 5. Међутим, последња цифра не може бити 5 јер је збир цифара једнак 5, тако да је последња цифра траженог четвороцифреног броја једнака 0 [**5 бодова**]. Тражени бројеви су (има их 15, редослед набрајања није битан, сваки број **по 1 бод**):

5000, 4100, 4010, 3200, 3110, 3020, 2300, 2210, 2120, 2030,
1400, 1310, 1220, 1130, 1040.

3. (**МЛ 60/1**) На основу датих двочланих подскупова скупа A, јасно је да $a \in A$, $b \in A$, $c \in A$, $1 \in A$, $2 \in A$. Како је скуп A петочлан, то су уједно и сви његови елементи: $A = \{a, b, c, 2, 5\}$ [**6 бодова**]. Број двочланих подскупова скупа A је 10, па је преосталих $10 - 3 = 7$ двочланих подскупова (сваки подскуп **по 2 бода**):

$$\{a, 2\}, \{a, 5\}, \{b, 2\}, \{b, 5\}, \{c, 2\}, \{c, 5\}, \{b, c\}.$$

4. (**МЛ 58/5**) Нека тражени број n при дељењу са 251 даје количник q и остатак r. Тада важи $n = 251 \cdot q + r$ [**3 бода**], $0 \le r \le 250$ [**2 бода**]. Како је делилац једнак 251, а количник је једнак делиоцу, то је и количник једнак $q = 251$ [**5 бодова**]. Из услова задатка да је остатак највећи могући, закључујемо да је $r = 250$ [**5 бодова**]. Према томе, тражени број је

$n = 251 \cdot 251 + 250 = 63001 + 250 = 63251$ [**5 бодова**].

5. Број $\overline{123xy}$ је дељив са 72 уколико је истовремено дељив са 8 [**2 бода**] и са 9 [**2 бода**]. Из дељивости са 9 добијамо да је збир цифара тог броја дељив са 9, односно $9 \mid 1 + 2 + 3 + x + y$, тј. $9 \mid 6 + x + y$. Како су x и y цифре, једине могућности су $6 + x + y = 9$ или $6 + x + y = 18$, односно

$x + y = 3$ [**2 бода**] или $x + y = 12$ [**2 бода**].

Први начин. Како је дати број дељив са 8, он је дељив и са 4, па је двоцифрени завршетак $\overline{xy}$ тог броја дељив са 4 [**2 бода**]. С обзиром да смо већ одредили збир $x + y$, једине могућности су $\overline{xy} \in \{12, 48, 84\}$ [**3 бода**]. На овај начин смо добили све бројеве траженог облика који су дељиви са $9 \cdot 4 = 36$, и то су 12312, 12348, 12384. Међутим, број 12348 није дељив са 72 [**3 бода**], док преостала два броја јесу, па су једина решења бројеви 12312 ($x = 1$, $y = 2$) [**2 бода**] і 12384 ($x = 8$, $y = 4$) [**2 бода**].

Други начин. Могуће је искористити критеријум за дељивост са 8, да је троцифрени завршетак $\overline{3xy}$ дељив са 8 [**6 бодова**]. С обзиром да смо већ одредили збир $x + y$, једине могућности су $\overline{3xy} \in \{312, 384\}$ [**2 бода**]. Према томе, једина решења задатка су бројеви 12312 ($x = 1$, $y = 2$) [**2 бода**] и 12384 ($x = 8$, $y = 4$) [**2 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

VI РАЗРЕД

1. Ако је $a = -4$ и $b = -7$, израчунај вредност израза
$$2 \cdot |a - b| - (-a) - |a + b|.$$

2. Колико узастопних децимала, почевши од прве иза децималне запете, у запису броја $\frac{23}{24}$ даје збир 2425?

3. Права садржи једно од темена на основици једнакокраког троугла и паралелна је са краком наспрам тог темена. Та права образује угао од $37° \, 30'$ са правом која садржи основицу троугла. Одреди мере унутрашњих углова и упореди дужине страница тог троугла.

4. Нека је A скуп свих целих бројева чија је апсолутна вредност мања од 2026.
Одреди:
а) број свих елемената скупа A;
б) збир свих елемената скупа A;
в) производ свих елемената скупа A.

5. Симетрала оштрог угла правоуглог троугла образује са наспрамном катетом угао од $77° \, 26'$. Одреди мере оштрих углова тог троугла.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/1**) Како је

$$|a-b| = |(-4)-(-7)| = |-4+7| = |3| = 3 \text{ [\textbf{5 бодова}]},$$
$$|a+b| = |(-4)+(-7)| = |-11| = 11 \text{ [\textbf{5 бодова}]},$$

вредност датог израза је

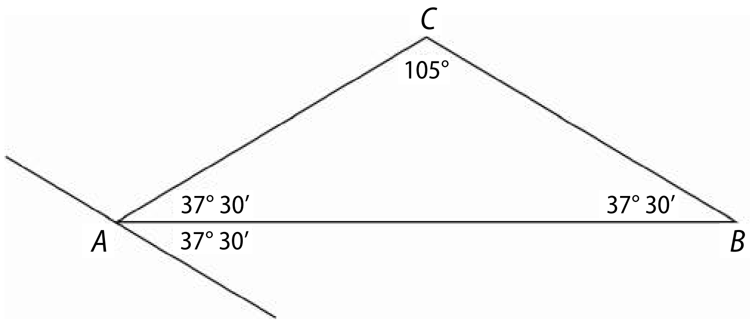
$$2\cdot|a-b| - (-a) - |a+b| = 2\cdot|a-b| + a - |a+b|$$
$$= 6 + (-4) - 11 = -9 \text{ [\textbf{10 бодова}]}.$$

2. (**МЛ 58/3**) Рационалан број $\frac{23}{24}$ има периодичан децимални запис

$$\frac{23}{24} = 0,958333\ldots \text{ [\textbf{8 бодова}]}.$$

Како је збир прве три децимале $9 + 5 + 8 = 22$ [**2 бода**], а потребан је збир децимала 2425, збир свих децимала које су једнаке 3 и учествују у датом збиру је $2425 - 22 = 2403$ [**4 бода**]. Према томе, њих има $2403 : 3 = 801$ [**4 бода**], па је укупан број децимала које дају тражени збир $801 + 3 = 804$ [**2 бода**].

3. (**МЛ 60/1**) Дати угао од $37°\,30'$ и унутрашњи угао у другом темену на основици су једнаки, као углови са паралелним крацима [**6 бодова**]. Према томе, углови на основици датог једнакокраког троугла имају меру по $37°\,30'$ [**4 бода**], па је угао при врху овог троугла $180° - 2\cdot37°\,30' = 180° - 75° = 105°$ [**4 бода**]. Како је троугао тупоугли и једнакокрак, то је основица дужа од кракова троугла [**4 бода**], који су једнаки [**2 бода**].



4. Елементи скупа A су

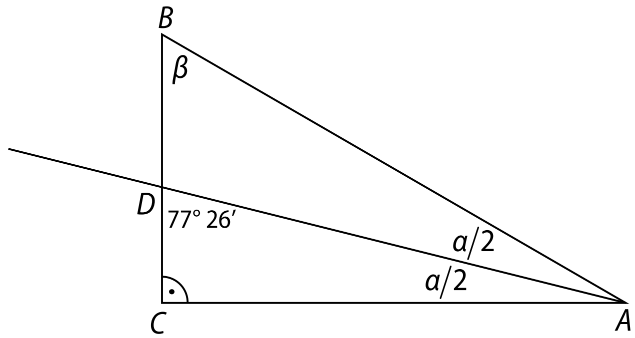
$$A = \{-2025, -2024, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 2024, 2025\} \text{ [\textbf{5 бодова}]}.$$

а) Овај скуп има $2\cdot2025 + 1 = 4051$ елемент [**5 бодова**].

б) Како је збир супротних целих бројева једнак 0 [**2 бода**], то је збир свих елемената скупа A једнак $(-2025 + 2025) + (-2024 + 2024) + \ldots + (-1 + 1) + 0 = 0 + 0 + \ldots + 0 = 0$ [**4 бода**].

в) Пошто је међу елементима скупа A и број 0, производ свих елемената скупа A једнак је 0 [**4 бода**].

5. Нека је правоугли троугао ABC, са правим углом у темену C, такав да, на пример, симетрала AD ($D\in BC$) угла $\measuredangle BAC = \alpha$ заклапа са катетом BC угао $\measuredangle ADC = 77°\,26'$. Како преостали углови троугла ACD имају мере $\measuredangle ACD = 90°$ и $\measuredangle CAD = \frac{\alpha}{2}$ [**2 бода**], збир углова у том троуглу је $90° + 77°\,26' + \frac{\alpha}{2} = 180°$ [**6 бодова**]. Одавде је $\frac{\alpha}{2} = 180° - 167°\,26' = 12°\,34'$ [**4 бода**], па је $\alpha = 25°\,8'$ [**4 бода**]. Други оштар угао $\measuredangle ABC = \beta$ правоуглог троугла ABC добија се из једнакости $\alpha + \beta + 90° = 180°$ за збир углова троугла ABC, па је $\beta = 180° - 90° - \alpha = 90° - \alpha$ [**2 бода**]. Заменом добијене вредности за меру угла α, добијамо $\beta = 90° - 25°\,8' = 64°\,52'$ [**2 бода**].



Напомена. У зависности од уведених ознака темена и ознаке углова могу варирати.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза

$$\left((2\sqrt{3})^2-5\frac{1}{3}\cdot\sqrt{\left(-1\frac{1}{2}\right)^2}\right)\cdot\left(\sqrt{2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{0,25\cdot 0,16}\right).$$

2. У два одељења има једнак број ученика. За прославу Нове године сваки ученик је донео онолико бомбона колико има ученика у свом одељењу. Уколико су ученици из та два одељења укупно донели 578 бомбона, колико има ученика у једном одељењу?

3. Да ли је вредност израза

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$$

рационалан или ирационалан број?

4. Дат је правоугаоник $ABCD$ са страницама $AB = 8$ cm и $AD = 5$ cm. Нека су E и G средишта страница AD и BC, а F средиште странице CD. Израчунај површину четвороугла $AGFE$.

5. Колико има природних бројева x таквих да је

$$\sqrt{\sqrt{x-1}+2}<3?$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/1**) Први чинилац је

$$(2\sqrt{3})^2-5\frac{1}{3}\cdot\sqrt{\left(-1\frac{1}{2}\right)^2}=12-\frac{16}{3}\cdot\left|-1\frac{1}{2}\right|=12-8=4 \quad [\textbf{8 бодова}].$$

Други чинилац је

$$\sqrt{2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{0,25\cdot 0,16}=\sqrt{\frac{9}{4}}-\sqrt{0,25}\cdot\sqrt{0,16}=\frac{3}{2}-0,5\cdot 0,4$$

$$=1,5-0,2=1,3=\frac{13}{10} \quad [\textbf{8 бодова}],$$

па је вредност израза производ добијених чинилаца

$$4\cdot 1,3=5,2=5\frac{1}{5}=\frac{26}{5} \quad [\textbf{4 бода}].$$

2. Нека је n број ученика у сваком од два одељења. Сваки ученик је донео по n бомбона, па је у сваком од одељења укупно донето $n \cdot n = n^2$ бомбона [**5 бодова**]. Самим тим из услова задатка добијамо једначину $2n^2 = 578$ [**8 бодова**], тј. $n^2 = 289$ [**2 бода**]. Како је $289 = 17^2$, добијамо $n = 17$, тј. у сваком одељењу има по 17 ученика [**5 бодова**].

3. (**МЛ 58/5**) Приметимо да је $2>\sqrt{3}$ [**3 бода**] и $\sqrt{3}>1$ [**3 бода**], па је

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|=2-\sqrt{3} \quad [\textbf{4 бода}],$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=|1-\sqrt{3}|=\sqrt{3}-1 \quad [\textbf{4 бода}].$$

Вредност датог бројевног израза је

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=(2-\sqrt{3})+(\sqrt{3}-1)=1 \ [\textbf{4 бода}],$$

што је природан број, па самим тим и рационалан број [**2 бода**].

4. Површина датог правоугаоника је $P_{ABCD} = AB \cdot AD = 40 \text{ cm}^2$ [**2 бода**]. Сваки од троуглова ABG, CFG, DEF је правоугли и позната је дужина њихових катета, тако да можемо израчунати њихову површину

$$P_{ABG}=\frac{AB\cdot BG}{2}=\frac{8\text{ cm}\cdot 2,5\text{ cm}}{2}=10\text{ cm}^2 \ [\textbf{4 бода}],$$

$$P_{CFG}=\frac{CG\cdot CF}{2}=\frac{2,5\text{ cm}\cdot 4\text{ cm}}{2}=5\text{ cm}^2 \ [\textbf{4 бода}],$$

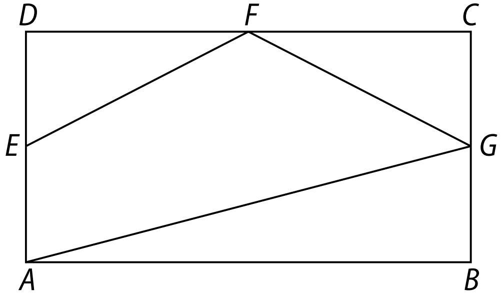
$$P_{DEF}=\frac{DE\cdot DF}{2}=\frac{2,5\text{ cm}\cdot 4\text{ cm}}{2}=5\text{ cm}^2 \ [\textbf{4 бода}].$$

Поврхина четвороугла $AGFE$ једнака је разлици површине правоугаоника и збира поврхина ова три троугла

$$P_{AGFE} = P_{ABCD} - (P_{ABG} + P_{CFG} + P_{DEF}) \ [\textbf{4 бода}].$$

Заменом добијених вредности добијамо коначно решење

$$P_{AGFE} = 40\text{ cm}^2 - (10\text{ cm}^2 + 5\text{ cm}^2 + 5\text{ cm}^2) = 20\text{ cm}^2 \ [\textbf{2 бода}].$$



5. (**МЛ 60/1**) Како су обе стране неједначине позитивне, квадрирањем добијамо $\sqrt{x-1}+2<9$, односно $\sqrt{x-1}<7$ [**8 бодова**]. Након још једног квадрирања, добијамо $x - 1 < 49$, односно $x < 50$ [**8 бодова**]. Тражени природни бројеви су 1, 2, ..., 48, 49 и има их 49 [**4 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 12.12.2025.

VIII РАЗРЕД

1. Одреди збир свих целобројних решења једначине

$$\frac{50-5\cdot|2026-x|}{|2026-x|}=-3.$$

2. У трапезу $ABCD$ са основицама AB и CD ($AB > CD$), продужеци кракова AD и BC секу се у тачки M. Ако је $AM = 10$ cm, $AD = 2$ cm, $CM = 15$ cm, израчунај дужину крака BC.

3. Марија и Јелена су неко време штеделе новац. На крају године су израчунале да је однос њихових уштеђевина 4 : 3. Марија је затим купила телефон за 266 евра, тако да се однос њихових уштеђевина променио и износи 3 : 4. Колико новца (у еврима) је имала Марија пре него што је купила телефон?

4. Тачке A и B налазе се са исте стране равни α. Однос дужине дужи AB и њене ортогоналне пројекције на раван α једнак је $2:\sqrt{3}$, а одстојање тачке B од равни α је за 6 cm веће него одстојање тачке A од те равни. Одреди дужине дужи AB и њене ортогоналне пројекције на раван α.

5. Колико има шестоцифрених природних бројева чији је производ цифара 4200, а збир цифара 28?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Дата једначина је еквивалентна једначини

$$50-5\cdot|2026-x|=-3\cdot|2026-x| \quad [\textbf{4 бода}],$$

односно $2\cdot|2026-x| = 50$, одакле је $|2026-x| = 25$ [**4 бода**]. Њена решења су:

$$2026-x=25,\ x=2001 \ [\textbf{5 бодова}],$$
$$2026-x=-25,\ x=2051 \ [\textbf{5 бодова}].$$

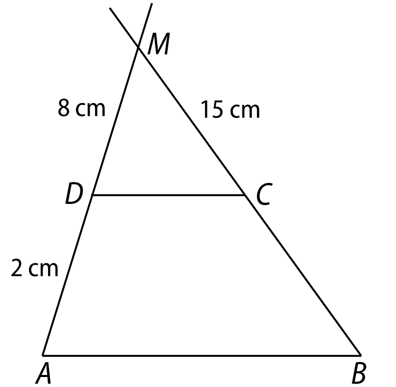
Збир целобројних решења је $2001 + 2051 = 4052$ [**2 бода**].

2. (**МЛ 60/1**) Како је $AB > CD$, важи распоред тачака

$$A-D-M \text{ и } B-C-M,$$

па је $MD = AM - AD = 8$ cm [**4 бода**]. Због $AB \parallel CD$, применом Талесове теореме добијамо $\frac{MD}{AD}=\frac{MC}{BC}$ [**8 бодова**]. Заменом датих бројних вредности, добијамо једнакост $\frac{8\text{ cm}}{2\text{ cm}}=\frac{15\text{ cm}}{BC}$ [**4 бода**], одакле је

$$BC=\frac{15}{4}\text{ cm}=3\frac{3}{4}\text{ cm}=3{,}75\text{ cm} \ [\textbf{4 бода}].$$



3. Означимо износе новца Марије и Јелене пре куповине телефона (у еврима) редом са $4x$ и $3x$ [**4 бода**]. Након куповине Марија има $4x$ – 266 евра, па се услов задатка своди на

$$(4x - 266) : (3x) = 3 : 4 \text{ [}\textbf{8 бодова}\text{].}$$

Из ове пропорције добијамо линеарну једначину $16x - 1064 = 9x$ [**3 бода**], одакле је $7x = 1064$, $x = 152$ [**3 бода**]. Марија је имала $4 \cdot 152 = 608$ евра пре куповине телефона [**2 бода**].

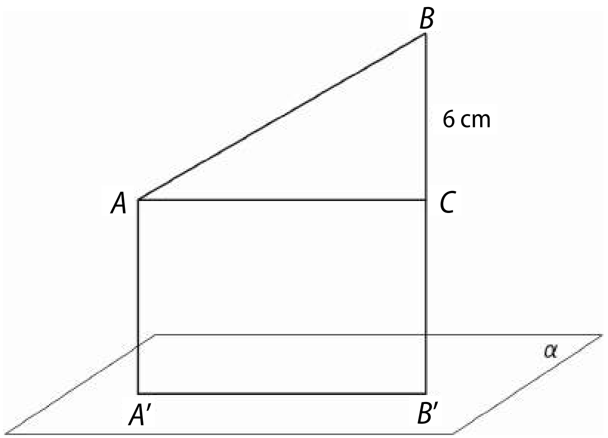
4. (**МЛ 60/1**) Нека су A' и B' редом ортогоналне пројекције тачака A и B на раван α. Четвороугао $AA'B'B$ је правоугли трапез [**2 бода**], са основицама AA', BB' и крацима $AB > A'B'$, при чему важи $BB' - AA' = 6$ cm и $AB : A'B' = 2 : \sqrt{3}$. Нека је C подножје висине трапеза из A на BB'. Тада је четвороугао $AA'B'C$ правоугаоник, па је $AA' = CB'$ [**2 бода**] и $AC = A'B'$ [**2 бода**]. Такође, важи $BC = BB' - CB' = BB' - AA' = 6$ cm [**2 бода**] и $AB : AC = 2 : \sqrt{3}$ [**2 бода**]. Применом Питагорине теореме на правоугли троугао ABC добијамо

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 = AB^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}AB\right)^2 = \frac{1}{4}AB^2 \text{ [}\textbf{6 бодова}\text{],}$$

одакле је $AB = 2BC = 2 \cdot 6$ cm $= 12$ cm [**2 бода**].
Дужина ортогоналне пројекције дужи AB на раван α износи

$$A'B' = AC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = 6\sqrt{3} \text{ cm [}\textbf{2 бода}\text{].}$$

Приметимо да је правоугли троугао ABC, због односа краће катете и хипотенузе 1 : 2, заправо половина једнакостраничног троугла странице 12 cm.



5. (**МЛ 58/3**) Како је $4200 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ [**2 бода**], постоје 4 могућности за цифре шестоцифреног броја чији је производ једнак 4200, и то:
- 8, 7, 5, 5, 3, 1, чији је збир $8 + 7 + 5 + 5 + 3 + 1 = 29$ [**2 бода**];
- 7, 5, 5, 6, 4, 1, чији је збир $7 + 5 + 5 + 6 + 4 + 1 = 28$ [**2 бода**];
- 7, 5, 5, 6, 2, 2, чији је збир $7 + 5 + 5 + 6 + 2 + 2 = 27$ [**2 бода**];
- 7, 5, 5, 4, 3, 2, чији је збир $7 + 5 + 5 + 4 + 3 + 2 = 26$ [**2 бода**].

Једино у другом случају добијамо збир цифара 28, па су цифре датог броја 7, 5, 5, 6, 4, 1 [**2 бода**].
Први начин. Бирамо места за цифре 7, 6, 4, 1 и распоређујемо их на $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$ начина [**4 бода**], док на преостала два места распоређујемо две цифре 5 на један начин [**2 бода**], па тражених бројева има $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 360$ [**2 бода**].

Други начин. Могуће је и прво одабрати места за две цифре 5 на $\frac{6 \cdot 5}{2}$ $= 15$ начина [**3 бода**], затим на преостала 4 места распоредити цифре 7, 6, 4, 1 на $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ начина [**3 бода**], што даје коначно решење $15 \cdot 24 = 360$ бројева [**2 бода**].
Трећи начин. Шестоцифрених бројева чије су цифре познате и међусобно различите има $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ [**4 бода**]. Међутим, међу цифрама траженог броја се појављује два пута цифра 5 и различите цифре 7, 6, 4, 1, па смо сваки број урачунали тачно два пута у претходном разматрању. Према томе, тражених бројева има $720 : 2 = 360$ [**4 бода**].