ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

III разред

1. Производ најмањег непарног троцифреног броја и првог претходника броја 4 умањи за количник бројева 204 и 3.

2. Чланови једног низа су бројеви 3, 5, 10, 12, 24, 26, 52, ...
а) Уочи правило по коме су ови бројеви поређани у низ и напиши следећих 6 чланова низа.
б) Од ових 13 чланова низа, сабери оне чији је збир цифара већи од 6.

3. У непровидној врећици се налази 88 црвених, 77 плавих и 66 белих куглица. Колико најмање куглица Михајло треба да извуче из те врећице, без гледања и без враћања назад у кутију већ извучених куглица, да би био сигуран да је извукао три плаве куглице?

4. Нацртај прав угао *aOb*, а затим оштар угао *cOd*, тако да угао *aOc* буде оштар, а угао *bOd* туп.

5. Милица је купила сукњу, блузу и мараму. Платила их је укупно 900 динара. Сукња је скупља од блузе за 108 динара, а блуза је скупља од мараме за 96 динара. Колика је цена мараме?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

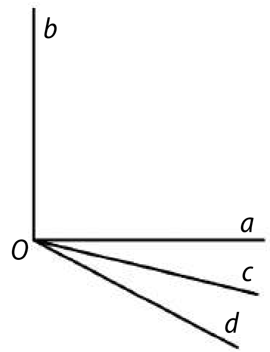
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. 101 · 3 − 204 : 3 = 303 − 68 = 235 [тачан израз **10 бодова**, тачно израчуната бројевна вредност још **10 бодова**].

2. Једно од могућих правила по коме се ређају бројеви у датом низу је: наредни члан добија се од претходног сабирањем са 2, па множењем са 2, па поново сабирањем са 2, па множењем са 2 и тако даље [**5 бодова**]. Наредних 6 чланова низа по овом правилу, су 54, 108, 110, 220, 222, 444 [сваки члан низа **по 1 бод**]. Чланови низа чији је збир цифара већи од 6 су 26, 52, 54, 108, 444 [сваки од њих **по 1 бод**] и њихов збир је 26 + 52 + 54 + 108 + 444 = 684 [**4 бода**].

3. (**МЛ 60/1**) Ако Михајло извуче 156 куглица (или мање од тога), може се десити да је извукао највише 2 плаве куглице јер је укупан број црвених и белих куглица 88 + 66 = 154, а 154 + 2 = 156 [**10 бодова**]. Зато је потребно да извуче најмање 154 + 3 = 157 куглица, да би осигурао бар 3 извучене плаве куглице [**10 бодова**].

4. (**МЛ 60/2**) Тачно нацртан прав угао **5 бодова**, комплетно тачна слика још **15 бодова**. Једно могуће решење дато је на слици.



5. Марама је најјефтинија. Како је блуза скупља за 96 динара од мараме, а сукња 108 динара скупља од блузе, онда је сукња 96 + 108 = 204 динара скупља од мараме [**5 бодова**]. Да је Милица уместо блузе купила мараму, укупна цена би за 96 динара била мања, а да је и уместо сукње купила мараму, укупна цена би била за још 204 динара мања. Дакле, да је Милица купила три мараме, укупна цена би била за 96 + 204 = 300 динара мања и износила би 600 динара [**10 бодова**], па је цена једне мараме 600 : 3 = 200 динара [**5 бодова**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

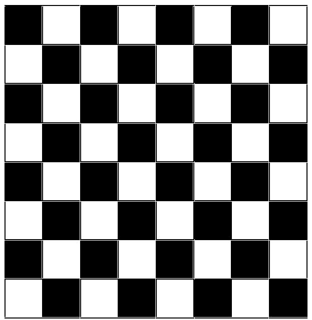
IV разред

1. Производу најмањег парног броја треће хиљаде и највећег једноцифреног броја додај количник бројева 2025 и 15. Запиши израз, а затим израчунај његову бројевну вредност.

2. Колико има природних бројева које можеш да одузмеш од броја 2026 тако да разлика буде већа од троструке вредности броја 168?

3. На један тас теразија стављене су две кутије и један тег од 200 грама, а на други једна кутија и два тега од 2 килограма, тако да су теразије у равнотежи. Колика је маса једне кутије ако све три кутије имају једнаку масу?

4. Јана је за 7 дана уштедела укупно 2289 динара. Сваког дана је уштедела 4 динара више него претходног. Колико динара је Јана уштедела трећег дана?



5. На слици је приказана шаховска табла. Сва њена поља су међусобно једнаки квадрати. Ако се сва бела поља неке шаховске табле поређају једно до другог у низу, добија се правоугаоник обима 330 cm. Израчунај обим једног поља те шаховске табле.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

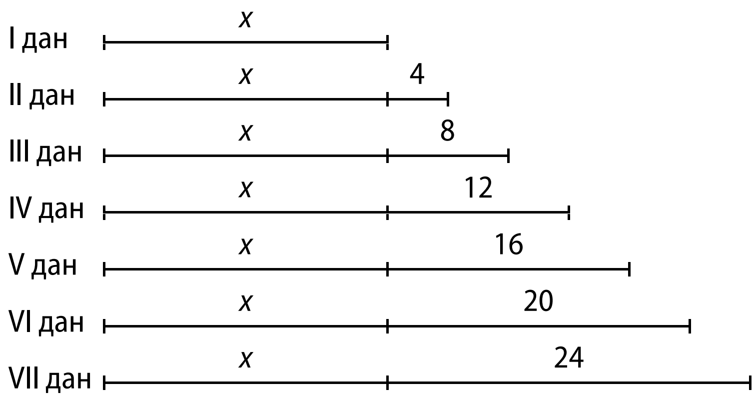
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/2**) Тражени израз је $2002 \cdot 9 + 2025 : 15$ [**10 бодова**], а његова бројевна вредност $18018 + 135 = 18153$ [**10 бодова**].

2. Како је $3 \cdot 168 = 504$ [**4 бода**], то треба одредити све природне бројеве x, такве да је $2026 - x > 504$ [**6 бодова**]. Решење ове неједначине су сви природни бројеви $x < 1522$ [**6 бодова**]. Према томе, скуп решења неједначине су сви природни бројеви $x \in \{1, 2, ..., 1521\}$ и има их 1521 [**4 бода**].
Напомена. Максимално бодовати и решење где ученик не користи запис у облику неједначине.

3. Маса две кутије и маса од 200 грама једнака је са масом једне кутије и масом од 4000 грама [**6 бодова**]. Ако са оба таса померимо по једну кутију, теразије ће и даље бити у равнотежи, па је маса једне кутије и маса од 200 грама једнака са масом од 4000 грама [**7 бодова**]. Дакле, маса једне кутије је $4000 - 200 = 3800$ грама [**7 бодова**].

4. (**МЛ 58/2**) Нека је Јана првог дана уштедела x динара. Наредних шест дана је штедела, редом, 4, 8, 12, 16, 20 и 24 динара више него првог дана [**6 бодова**]. Суму новца коју је штедео можемо приказати као на слици.



Укупну Јанину уштеђевину можемо приказати као $7 \cdot x + 84 = 2289$ [**6 бодова**], одакле је $7 \cdot x = 2205$ [**2 бода**], $x = 315$ динара [**2 бода**]. Трећег дана Јана је уштедела $x + 8 = 323$ динара [**4 бода**].

5. Шаховска табла има 32 бела поља [**2 бода**]. Нека је дужина странице сваког поља шаховске табле x. Када поређамо сва бела поља у низу, добијамо правоугаоник чија је једна страница једнака са 32 странице квадрата [**4 бода**], а друга је једнака са једном страницом квадрата [**2 бода**]. Дакле, обим целог правоугаоника је састављен од $32 + 1 + 32 + 1 = 66$ страница квадрата и једнак је $66 \cdot x$ [**4 бода**]. По услову задатка је $66 \cdot x = 330$ cm [**4 бода**], одакле је $x = 5$ cm [**2 бода**]. Обим једног поља шаховске табле је $4 \cdot x = 20$ cm [**2 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

V разред

1. Скуп A чине природни бројеви пете и шесте десетице дељиви са 6. Скуп B чине природни бројеви дељиви са 9, који су већи од 35 и мањи од 65. Одреди скупове $A \cap B$ и $A \cup B$.

2. Колико има разломака облика $\frac{x}{506}$ (x је природан број) који су већи од $\frac{1}{4}$, а мањи од $\frac{1}{2}$?

3. Одреди најмањи и највећи петоцифрени природан број дељив са 2026.

4. Правоугаона тераса поплочана је квадратним плочицама странице 40 cm. Употребљено је тачно 600 плочица, без преклапања и ломљења плочица и без празнина између њих. Свака страна терасе дужа је од 2 m. Колики највећи обим може имати та тераса?

5. Дате су две паралелне праве a и b. На правој a дате су тачке A, B, C, D, E, а на правој b тачке M, N, P.
а) Колико дужи одређују ове тачке на правој a, а колико дужи на правој b?
б) Колико четвороуглова одређују ове тачке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Скупови A и B су $A = \{42, 48, 54, 60\}$ [**6 бодова**], $B = \{36, 45, 54, 63\}$ [**6 бодова**], па је $A \cap B = \{54\}$ [**4 бода**], $A \cup B = \{36, 42, 45, 48, 54, 60, 63\}$ [**4 бода**].

2. (**МЛ 60/2**) Како је $\frac{1}{2} = \frac{253}{506}$ [**2 бода**], из услова $\frac{x}{506} < \frac{1}{2}$ добијамо $\frac{x}{506} < \frac{253}{506}$, односно $x < 253$ [**4 бода**]. С друге стране, како је $\frac{1}{4} = \frac{253}{1012}$ [**2 бода**] и $\frac{x}{506} = \frac{2x}{1012}$ [**2 бода**], услов $\frac{x}{506} > \frac{1}{4}$ постаје $\frac{2x}{1012} > \frac{253}{1012}$, одакле је $2x > 253$ [**2 бода**], односно $x \geq 127$ [**3 бода**]. Сви тражени бројеви су елементи скупа $x \in \{127, 128, ..., 252\}$ [**3 бода**] и има их $252 - 126 = 126$ [**2 бода**].

3. (**МЛ 60/1**) Како је $4 \cdot 2026 = 8104 < 10000$ [**4 бода**] и $5 \cdot 2026 = 10130 > 10000$ [**4 бода**], најмањи петоцифрени број дељив са 2026 је $5 \cdot 2026 = 10130$ [**2 бода**]. Слично, како је $50 \cdot 2026 = 101300 > 100000$ [**4 бода**] и $49 \cdot 2026 = 99274 < 100000$ [**4 бода**], највећи петоцифрени број дељив са 2026 је $49 \cdot 2026 = 99274$ [**2 бода**].

4. Нека се једна страна терасе састоји од x, а друга од y плочица. Како је свака страна терасе дужа од 2 m = 200 cm, а страница плочица је дужине 40 cm, важи $40 \cdot x > 200$, $40 \cdot y > 200$, па су x, y природни бројеви већи од 5, тј. већи или једнаки од 6 [**3 бода**]. Из услова задатка $x \cdot y = 600$ [**2 бода**] и растављања броја 600 на просте чиниоце $600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ [**2 бода**], добијамо следеће могућности за димензије терасе [сваки од 7 случајева **по 1 бод**]:

$$6 \cdot 100,\ 8 \cdot 75,\ 10 \cdot 60,\ 12 \cdot 50,\ 15 \cdot 40,\ 20 \cdot 30,\ 24 \cdot 25.$$

Обим терасе је $2(x + y) \cdot 40$ cm и биће највећи ако је збир $x + y$ највећи [**2 бода**]. Тераса има највећи обим у првом од набројаних случајева и тада су њене странице дужина $6 \cdot 40$ cm = 240 cm = 2,4 m [**1 бод**] и $100 \cdot 40$ cm = 4000 cm = 40 m [**1 бод**], а њен обим износи 84,8 m [**2 бода**].

5. а) На правој a постоји 10 дужи AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE [**5 бодова**], а на правој b постоје 3 дужи MN, MP, NP [**3 бода**].
б) Сваки четвороугао одређен датим тачкама има једну страницу међу дужима на правој a и њој паралелну страницу међу дужима на правој b. Сваке две овакве дужи једнозначно одређују четвороугао [**6 бодова**], па је тражени број четвороуглова $3 \cdot 10 = 30$ [**6 бодова**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

VI разред

1. Поређај по величини, од највећег до најмањег, следеће рационалне бројеве:

$$A=8\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):4,5;\qquad B=8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}:4,5;$$

$$C=8\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}:4,5\right);\qquad D=\left(8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\right):4,5.$$

2. Одреди мере унутрашњих углова троугла *ABC*, ако је мера спољашњег угла код темена *A* тог троугла 132°, а мере унутрашњих углова код темена *B* и *C* се разликују за 12°.

3. На колико начина се број 2026 може приказати као производ три цела броја (не обавезно различита)? Редослед чинилаца није битан.

4. У троуглу *ABC* (*BC* > *AC*) конструисане су праве које садрже тачке *A* и *B* и које су нормалне на симетралу угла *ACB*. Оне секу праве које садрже *BC* и *AC*, редом, у тачкама *S* и *T*. Ако је *AT* = 4 cm и *CS* = 6 cm, израчунај дужину странице *BC*.

5. Одреди све целе бројеве *x* за које је број $\dfrac{-17}{|x+1|-2}$ такође цео.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Тражени бројеви су $A=-\dfrac{8}{27}$, $B=-\dfrac{106}{27}$, $C=-\dfrac{92}{27}$, $D=-\dfrac{22}{27}$ [сваки **по 4 бода**]. Њихов поредак, од највећег до најмањег, је $A > D > C > B$ [**4 бода**].

2. (**МЛ 59/1**) Мера унутрашњег угла код темена A је $180° - 132° = 48°$ [**5 бодова**]. Збир мера унутрашњих углова код темена B и C једнак је мери спољашњег угла код темена A, тј. $\beta + \gamma = 132°$ [**5 бодова**]. Како је услов задатка $\beta - \gamma = 12°$, добијамо да је

$$2\beta = (\beta + \gamma) + (\beta - \gamma) = 132° + 12° = 144°,$$

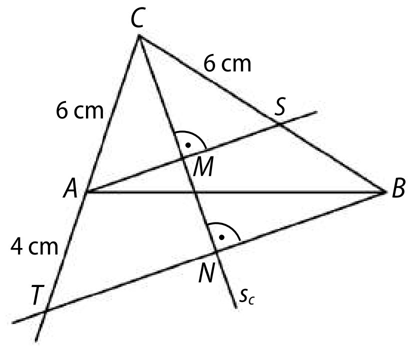
одакле је $\beta = 72°$ [**5 бодова**], $\gamma = 132° - \beta = 60°$ [**5 бодова**].

Напомена. Бодовати максималним бројем бодова и ако је ученик добио обрнуте мере углова, тј. $\beta = 60°$, $\gamma = 72°$.

3. Број 2026 се раставља на просте чиниоце у скупу природних бројева као $2 \cdot 1013$ [**4 бода**], тј. једини прости чиниоци броја 2026 су 2 и 1013. Према томе, у сваком представљању броја 2026 на производ три цела броја, бар један од фактора мора бити 1 или –1 [**2 бода**]. Тражених растављања има тачно 7 [свако растављање **по 2 бода**]:

$$2026 = 1 \cdot 1 \cdot 2026 = (-1) \cdot (-1) \cdot 2026 = 1 \cdot (-1) \cdot (-2026) = 1 \cdot 2 \cdot 1013$$
$$= (-1) \cdot (-2) \cdot 1013 = 1 \cdot (-2) \cdot (-1013) = (-1) \cdot 2 \cdot (-1013).$$

4. Нека праве AS и BT секу симетралу унутрашњег угла у темену C редом у тачкама M и N. Троуглови AMC и SMC су подударни на основу става УСУ: оба су правоугла (прави углови у темену M), имају заједничку страницу CM и важи $\measuredangle ACM = \measuredangle SCM$ [**6 бодова**]. Из ове подударности добијамо $CA = CS = 6$ cm [**2 бода**]. На исти начин се доказује да су подударни троуглови TNC и BNC [**6 бодова**], одакле је $TC = BC$ [**2 бода**]. Како је $CT = CA + AT = 6 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 10$ cm [**2 бода**], то је тражена дужина $BC = 10$ cm [**2 бода**].



5. (**МЛ 60/1**) Како је вредност разломка цео број, именилац $|x + 1| - 2$ мора бити целобројни делилац бројиоца –17 [**2 бода**]. Према томе, $|x + 1| - 2 \in \{1, -1, 17, -17\}$, односно $|x + 1| \in \{3, 1, 19, -15\}$ [сваки случај **по 2 бода**]. Решавањем сваке од једначина:

$|x + 1| = 3$, $x + 1 \in \{3, -3\}$, $x = 2$ или $x = -4$ [**2 бода**];

$|x + 1| = 1$, $x + 1 \in \{1, -1\}$, $x = 0$ или $x = -2$ [**2 бода**];

$|x + 1| = 19$, $x + 1 \in \{19, -19\}$, $x = 18$ или $x = -20$ [**2 бода**];

$|x + 1| = -15$, што је немогуће због тога што је апсолутна вредност ненегативна [**2 бода**];

добијамо да постоји 6 целих бројева који задовољавају услове задатка $x \in \{-20, -4, -2, 0, 2, 18\}$ [**2 бода**].

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

VII разред

1. Мера оштрог угла једнакокраког трапеза је 60°, а крак је дужине 6 cm. Израчунај површину трапеза ако је краћа основица једнака краку.

2. Одреди реалан број x који је решење једначине

$$\frac{2025^{2025}+2025^{2026}}{2026^{2026}}=x^{2025}.$$

3. Колико троцифрених природних бројева има следећу особину: када се од тог броја одузме троцифрен природан број који има исте цифре као и полазни, али у обрнутом редоследу, добија се број 495?

4. У троуглу ABC, за дужине одговарајућих страница a, b, c важи

$$a:b:c=7:15:20.$$

Ако је површина троугла 378 cm², одреди дужину најкраће висине тог троугла.

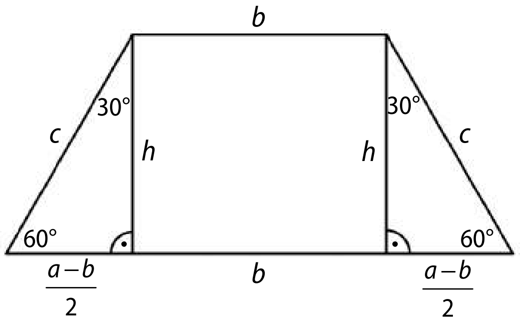
5. У једној посуди налази се порција смутија у којој је 75% масе јогурт, а остало је воће. Кувар из те порције најпре одвоји 40 грама смутија и тај одвојени део склони са стране, а затим у оно што је остало у посуди дода 40 грама чистог воћа. После тога, у новој мешавини у посуди воће чини 40% укупне масе. Колика је била маса порције смутија пре ових измена?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 60/2**) Правоугли троугао чије су катете висина трапеза h и полуразлика основица $\frac{a-b}{2}$, а хипотенуза крак c, има по услову задатка оштар угао од 60° наспрам странице h, па је $\frac{a-b}{2}=\frac{c}{2}$ [**5 бодова**] и $h=\frac{c\sqrt{3}}{2}$ [**5 бодова**]. Заменом бројевних вредности из услова задатка $b = c = 6$ cm, добијамо $a = b + c = 12$ cm [**2 бода**] и $h=3\sqrt{3}$ cm [**2 бода**]. Површина трапеза је $P=\frac{a+b}{2}\cdot h=27\sqrt{3}$ cm² [**6 бодова**].



2. Бројилац разломка на левој страни једначине је

$$2025^{2025}+2025^{2026}=2025^{2025}+2025\cdot 2025^{2025}=(2025+1)\cdot 2025^{2025}=2026\cdot 2025^{2025}$$ [**10 бодова**].

Зато је лева страна једначине једнака

$$\frac{2025^{2025}+2025^{2026}}{2026^{2026}}=\frac{2026\cdot 2025^{2025}}{2026^{2026}}=\frac{2025^{2025}}{2026^{2025}}=\left(\frac{2025}{2026}\right)^{2025}$$ [**8 бодова**],

па је једино решење једначине $x=\frac{2025}{2026}$ [**2 бода**].

3. (**МЛ 59/1**) Означимо тај број са $\overline{abc}$. Услов задатка је $\overline{abc}-\overline{cba}=495$ [**2 бода**]. Приметимо да је $\overline{abc}=100a+10b+c$ [**1 бод**] и $\overline{cba}=100c+10b+a$ [**1 бод**], па је

$$(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=99(a-c)=495$$ [**4 бода**],

односно $a - c = 5$ [**2 бода**]. Могућности за цифре a и c су $(a, c)\in\{(6, 1), (7, 2), (8, 3), (9, 4)\}$ [сваки случај **по 1 бод**]. У сваком од тих случајева цифру b можемо одабрати произвољно на 10 начина [**2 бода**], па тражених бројева има $4\cdot 10=40$ [**4 бода**].

4. Означимо дужине страница троугла $a = 7k$, $b = 15k$, $c = 20k$, за неки позитиван реалан број k [**3 бода**]. Према Хероновом обрасцу, површина троугла је $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. Полуобим датог троугла је $s=\frac{a+b+c}{2}=21k$ [**2 бода**], па је $P=\sqrt{21k\cdot 14k\cdot 6k\cdot k}=42k^2$ [**6 бодова**]. Како је услов задатка $P = 378$ cm², добијамо да је $k^2 = 9$ cm², односно $k = 3$ cm [**1 бод**]. Према томе, дужине страница троугла су $a = 21$ cm, $b = 45$ cm, $c = 60$ cm [**3 бода**]. Како најдужој страници троугла одговара најкраћа висина [**2 бода**], решење задатка је висина која одговара страници c [**1 бод**] и њена дужина је $h_c=\frac{2P}{c}=12{,}6$ cm [**2 бода**].

5. Нека је маса смутија x грама. Тада је део јогурта $0{,}75x=\frac{3}{4}x$ [**1 бод**], а воћа $0{,}25x=\frac{1}{4}x$ грама [**1 бод**]. Након што кувар одлије 40 грама смутија, остане $0{,}75(x-40)=\frac{3}{4}(x-40)=\frac{3}{4}x-30$ грама јогурта [**2 бода**] и $0{,}25(x-40)=\frac{1}{4}x-10$ грама воћа [**2 бода**]. Даље, након додавања 40 грама чистог воћа, сада је укупна маса смутија опет x грама [**2 бода**], а количина воћа у њему је $\frac{1}{4}x-10+40=\frac{1}{4}x+30$ грама [**4 бода**]. Како је удео воћа сада 40%, добијамо једначину

$$\frac{2}{5}x=\frac{1}{4}x+30$$ [**5 бодова**],

чијим решавањем добијамо $x = 200$ [**3 бода**], тј. маса смутија је 200 грама.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа

7. 2. 2026.

VIII разред

1. Одреди све реалне бројеве x који задовољавају обе неједначине:

$$\frac{x}{6}-\frac{1-x}{4}\leq\frac{1+x}{3}+\frac{x-2}{24} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{3}-\frac{x+1}{6}-\frac{1-3x}{2}>5.$$

2. У правоуглом троуглу, чија је површина једнака 96 cm^2, хипотенуза и дужа катета су у односу 5 : 4. Одреди површину њему сличног троугла чија је хипотенуза дужине 15 cm.

3. Дужа дијагонала правилне шестостране призме дужине $10\sqrt{2}$ cm нагнута је према равни основе под углом од 45°. Израчунај површину те призме.

4. Нека је x = 202620252024. Докажи да је број $x^2 - 2x - 3$ дељив са 15, али није дељив са 2025.

5. Ана, Беба и Цеца играле су игру са жетонима тако да свака од њих у свом потезу ставља одређени број жетона на сто, који је на почетку игре празан (без жетона). Ана увек додаје по 2 жетона, Беба додаје по 3 жетона, а Цеца додаје по 5 жетона. Када су све три одиграле укупно 102 потеза, на столу је било 305 жетона. На колико начина ово може да се уради, ако је свака од њих одиграла бар један потез? Редослед потеза није битан.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Прва неједначина је еквивалентна са $x \leq 12$, па има скуп решења $(-\infty,12]$ [**8 бодова**]. Друга неједначина је еквивалентна са $x > 4$, па има скуп решења $(4,+\infty)$ [**8 бодова**]. Сви реални бројеви који задовољавају обе неједначине дати су са $4 < x \leq 12$, тј. $x\in(4,12]$ [**4 бода**].

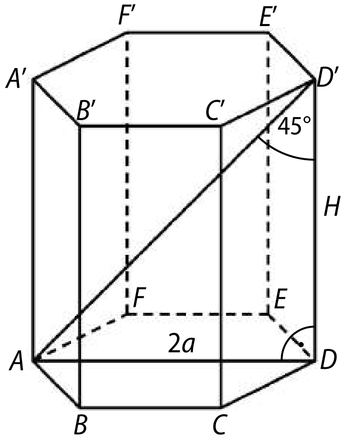
2. (**МЛ 60/1**) Нека је дужина хипотенузе овог троугла $c = 5k$, а катете $b = 4k$, за неки позитиван реалан број k [**2 бода**]. Друга катета има дужину $a=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$ [**2 бода**]. Из формуле за површину правоуглог троугла и услова задатка, добијамо $P=\dfrac{ab}{2}=6k^2=96\ \text{cm}^2$ [**3 бода**], па је $k = 4$ cm [**2 бода**] и странице троугла су $a = 12$ cm, $b = 16$ cm и $c = 20$ cm [**3 бода**]. Одговарајуће странице њему сличног троугла су катете a_1, b_1 и хипотенуза $c_1 = 15$ cm. Из сличности ових троуглова имамо $\dfrac{a_1}{a}=\dfrac{b_1}{b}=\dfrac{c_1}{c}$ [**2 бода**], одакле заменом бројевних вредности добијамо $a_1 = 9$ cm [**2 бода**], $b_1 = 12$ cm [**2 бода**]. Површина сличног троугла је 54 cm^2 [**2 бода**].

Напомена. Могуће је и, након израчунавања коефицијента сличности ових троуглова $\dfrac{c_1}{c}=\dfrac{3}{4}$, искористити да се површине сличних троуглова односе као квадрат коефицијента сличности, па је

$$P_1=\left(\frac{3}{4}\right)^2 P=\frac{9}{16}\cdot 96\ \text{cm}^2=54\ \text{cm}^2.$$

3. (**МЛ 60/2**) Посматрајмо шестострану призму $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, са основном ивицом a и висином H, чија дужа дијагонала заклапа угао од 45° са равни основе. То значи да, на пример, дијагонала AD' заклапа угао од 45° са равни шестоугла $ABCDEF$ у основи, па је $\measuredangle D'AD = 45°$ [**5 бодова**] јер је D нормална пројекција тачке D' на раван основе, па је AD нормална пројекција праве AD' на раван основе. Самим тим је троугао ADD' једнакокрако-правоугли [**2 бода**], са хипотенузом $AD' = 10\sqrt{2}$ cm и катетама $AD = DD' = 10$ cm [**2 бода**]. Како је дужа дијагонала шестоугла $AD = 2a$ [**2 бода**] и $DD' = H$ (висина призме), добијамо $a = 5$ cm [**1 бод**] и $H = 10$ cm [**1 бод**]. Површина базе призме је површина правилног шестоугла странице $a = 5$ cm и висине $B = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3} = \frac{75\sqrt{3}}{2}$ cm^2 [**2 бода**], површина омотача је $M = 6aH = 300$ cm^2 [**2 бода**], па је површина призме

$$P = 2B + M = (300 + 75\sqrt{3})\ \text{cm}^2 = 75 \cdot (4 + \sqrt{3})\ \text{cm}^2 \ [\textbf{3 бода}].$$



4. Да бисмо доказали да је број $N = x^2 - 2x - 3$ дељив са $15 = 3 \cdot 5$, довољно је да докажемо да је дељив и са 3 и са 5 [**2 бода**]. Приметимо да је

$$N = x^2 - 2x - 3 = x^2 - 3x + x - 3 = x(x-3) + (x-3) = (x-3)(x+1) \ [\textbf{4 бода}].$$

Како је $x = 202620252024$, збир цифара броја x је 27, па је број x дељив са 3 [**2 бода**] и са 9 [**2 бода**]. Тада је и $x - 3$ дељив са 3, па је N дељив са 3 [**2 бода**] (јер је дељив са $x - 3$). Такође, број $x + 1$ је дељив са 5 јер се завршава цифром 5, па је и N дељив са 5 [**2 бода**] (јер је дељив са $x + 1$). Како је број x дељив са 9, то број $N = x(x - 2) - 3$ није дељив са 9 [**2 бода**] (даје остатак 6 при дељењу са 9). Међутим, број 2025 је дељив са 9 [**2 бода**], па самим тим број N не може да буде дељив са 2025 [**2 бода**].

5. Означимо бројеве Аниних, Бебиних и Цециних потеза редом са a, b, c. Из услова задатка имамо релације $a + b + c = 102$ [**1 бод**] и $2a + 3b + 5c = 305$ [**1 бод**]. Одавде је $2a + 2b + 2c = 204$, па је

$$b + 3c = 2a + 3b + 5c - (2a + 2b + 2c) = 305 - 204 = 101 \ [\textbf{5 бодова}].$$

Добијена линеарна Диофантова једначина $b + 3c = 101$ има целобројна решења облика $b = 101 - 3k$, $c = k$ [**5 бодова**]. Ови бројеви су природни за вредности $k \in \{1, ..., 31, 32, 33\}$ [**2 бода**], што је укупно 33 могућности. Остаје још да проверимо да ли је a природан број (а не само цео број). Ово важи због

$$a = 102 - b - c = 102 - (101 - 3k) - k = 2k + 1 \ [\textbf{2 бода}],$$

па је а $= 2k + 1 \geq 3$ [**2 бода**]. Према томе, задатак има 33 решења [**2 бода**].